

بهینه‌سازی آماری نشانه‌گیری آماج متحرک در توپخانه با استفاده از فیلتر کالمن

سعید حسن زاده^۱

ابومسلم محمدی^۲

چکیده

یکی از مهمترین مسائل در جنگ دفاع نظامی است. یکی از مسائل مهم از نظر استراتژیک در دفاع نظامی پشتیبانی توپخانه است. توپخانه از سه تیم تشکیل شده است سه تیم اصلی توپخانه عبارت‌اند از تیم دیده‌بان جلو (که وظیفه گزارش موقعیت اهداف را دارد)، تیم یا مرکز هدایت آتش (که محاسبات مربوط به نشانه‌گیری را انجام می‌دهد) و در نهایت تیم آتشبار تیر (که عملیات اجرای آتش بر روی هدف را انجام می‌دهد). چون وظایف تیم دیده‌بان و هدایت آتش توسط انسان صورت می‌پذیرد پس گزارش‌ها دیده‌بان و محاسبات انجام شده در مرکز هدایت آتش دارای خطاهای انسانی می‌باشد و به همین دلیل ارتش‌ها جهت بهبود این محاسبات از نرم افزارهای پیشرفته استفاده می‌کنند. ما در تلاشیم در این مقاله با به کارگیری معادلات دیفرانسیل تصادفی و فیلتر کالمن، که ابزارهای ریاضیاتی نوظهور و پرکاربردی در علوم مهندسی و آمار هستند، الگوریتمی برای افزایش دقت محاسبات در مرکز هدایت آتش توپخانه به دست آوریم. این الگوریتم مبتنی بر فیلتر کالمن با میانگین‌گیری شرطی از گزارشات دیده‌بان نسبت به شلیک‌های قبلی (آمار بی‌زی) و در نظر گرفتن خطای دیده‌بان و توپخانه گزارش‌ها دیده‌بان را بهبود می‌بخشد و در مرکز هدایت آتش توپخانه مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین الگوریتم به دست آمده به‌صورت پارامتری ارائه می‌شود، یعنی در شرایط مختلف میدان‌ها جنگی بر اساس شناخت افسران توپخانه از شرایط جوی و خطای دیده‌بان و تسلیحات مورد استفاده قابل تنظیم می‌باشد. این الگوریتم به‌صورت فرم بسته برای اهداف متحرک به دست آمده است. همچنین این قابلیت را دارد که برای اهداف متحرک با مسیرهای حرکتی پیچیده در سطح زمین و هوا مورد استفاده قرار بگیرد.

کلمات کلیدی: توپخانه، نشانه‌گیری، آماج متحرک، معادلات دیفرانسیل تصادفی، فیلتر کالمن

^۱ هیأت علمی گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه ی دانشگاه امام علی(ع)، تهران، ایران

^۲ هیأت علمی گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه ی دانشگاه امام علی(ع)، تهران، ایران

مقدمه

قدرت رزمی درنیروهای مسلح هرکشوری برای دفاع از خود و یا تهاجم علیه کشور دیگری متشکل از دو عنصر مانور و آتش است که بخش اعظم تأثیرگذاری آن، آتش منحنی و پشتیبانی کننده است که متشکل از توپخانه، موشک و نیروی هوایی نقش محوری و اثرگذاری بیشتری دارد. توپخانه در آتش‌های پشتیبانی، مرکز طرح ریزی و هدایت تمام آتش‌های منحنی و متولی اصلی آن در میدان نبرد است. (اعلمی‌فر علی، ۱۳۸۶) در این راستا و با توجه به اینکه در استراتژی جدید نقش کمتری به استفاده از رزمنده داده شده و بیشتر نقش به آتش داده شده است، نقش آتش توپخانه افزایش بیشتری نیز یافته و باعث شده که در این درگیری‌ها هر طرف این برتری را به دست آورد، چه هوایی و چه زمین به زمین، مانور و ابتکار عمل را به دست می‌گیرد. پرسنل هدایت آتش توپخانه به عنوان مغز متفکر توپخانه باید برای به دست آوردن جهت و برد تیراندازی در کمترین زمان و با بیشترین دقت، توانایی استفاده از فناوری‌های به‌روز و کارآمد را داشته باشند. (کریمی محمود، ۱۳۸۵) دیده‌بان گردان توپخانه نیز به عنوان چشم توپخانه برای اینکه بتواند مأموریت خود را سریع‌تر، بهتر و آسان‌تر اجرا نماید باید به طرز کار و نحوه استفاده از سیستم‌های جدید و پاییدن منطقه با وسایل دیدبانی آشنایی کامل داشته و حداکثر استفاده از آن‌ها را بنماید. به همین دلیل مهم در این مقاله با استفاده از ریاضیات پیشرفته ابزاری تکمیلی و کاربردی برای استفاده در تیم هدایت آتش توپخانه معرفی می‌کنیم تا با بهینه‌سازی آماری فرآیند نشانه‌گیری به آماج متحرک، باعث افزایش بهره‌وری شود.

معادلات دیفرانسیل تصادفی

برای بهینه‌سازی نشانه‌گیری از فیلتر کالمن که یک ابزار کارآمد و نوین در علم معادلات دیفرانسیل تصادفی می‌باشد، استفاده می‌کنیم. سپس مساله نشانه‌گیری را در قالب یک مسئله فیلترینگ مطرح و سپس با فیلتر کالمن (کالمن، ۱۹۶۰) مسئله را حل می‌کنیم.

فرض کنید $T > 0$ و $b(.,.): [0, T] \times R^n \rightarrow R^n$ و $\sigma(.,.): [0, T] \times R^n \rightarrow R^{n \times m}$ توابع اندازه‌پذیری باشند که در شرایط زیر صدق کنند. (اکساندل، ۲۰۰۳)

$$|b(t, x)| + |\sigma(t, x)| \leq C(1 + |x|); \quad x \in R^n, t \in [0, T]$$

برای ثابت C (که در آن $|\sigma|^2 = \sum |\sigma_{ij}|^2$) به طوریکه

$$|b(t, x) - b(t, y)| + |\sigma(t, x) - \sigma(t, y)| \leq D|x - y|; \quad x, y \in R^n, t \in [0, T]$$

برای ثابت D . فرض کنید Z متغیر تصادفی باشد که مستقل از σ -جبر $F_\infty^{(m)}$ تولید شده توسط $s \geq 0$ و $B_s(.)$ باشد و همچنین

$$E[|Z|^r] < \infty$$

آنگاه معادله دیفرانسیل تصادفی

$$dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dB_t; \quad 0 \leq t \leq T, Z = X.$$

جواب t -پیوسته و یکتای $X_t(\beta)$ را دارد با این خاصیت که $X_t(\beta)$ نسبت به فیلتر تولید شده توسط Z و $s \leq t$ ؛ $B_s(\cdot)$ سازگار است

و

$$E \left[\int_0^T |X_t|^r dt \right] < \infty$$

مساله فیلترینگ

معادله دیفرانسیل تصادفی زیر را در نظر بگیرید

$$\frac{dX_t}{dt} = b(t, X_t) + \sigma(t, X_t)W_t$$

که در آن $b: R^{n+1} \rightarrow R^n$ و $\sigma: R^{n+1} \rightarrow R^{n \times p}$ و W_t نویز سفید p -بعدی می‌باشد. فرم ایتو معادله فوق به صورت زیر است

$$dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dU_t$$

که در آن U_t حرکت براونی p -بعدی است. همچنین فرض می‌کنیم که توزیع X مشخص و مستقل از U_t است. در حالتی که مساله پیوسته باشد فرض می‌کنیم که مشاهدات $H_t \in R^m$ پیوسته انجام شده‌اند و به صورت زیر هستند

$$H_t = c(t, W_t) + \gamma(t, X_t) \cdot \tilde{W}_t$$

که در آن $c: R^{n+1} \rightarrow R^m$ و $\sigma: R^{n+1} \rightarrow R^{n \times r}$ و $\tilde{W}_t$ نویز سفید r -بعدی را نشان می‌دهد که مستقل از U_t و X است.

قرار می‌دهیم $Z_t = \int_0^t H_s ds$ ، بدین وسیله نمایش انتگرال تصادفی به صورت زیر است

$$dZ_t = c(t, X_t)dt + \gamma(t, X_t)dV_t$$

که در آن V_t براونی r -بعدی که مستقل از U_t و X است

قضیه کالمن

جواب $\widehat{X}_t = E[(X_t|G_t)]$ از مساله فیلترینگ چند بعدی با

سیستم خطی

$$dX_t = F(t)X_tdt + C(t)dU_t; \quad F(t) \in R^{n \times n}, C(t) \in R^{n \times p}$$

و مشاهدات خطی

$$dZ_t = G(t)X_tdt + D(t)dV_t; \quad G(t) \in R^{m \times n}, D(t) \in R^{m \times r}$$

در معادله دیفرانسیل تصادفی زیر صدق میکند.

$$d\widehat{X}_t = (F + SG^T(DD^T)^{-1}G)\widehat{X}_tdt + SG^T(DD^T)^{-1}dZ_t; \quad \widehat{X}_t = E[X_t]$$

که $S(t) = E[(X_t - \widehat{X}_t)(X_t - \widehat{X}_t)^T] \in R^{n \times n}$ در معادله ریکاتی ماتریسی صدق می‌کند

$$\frac{dS}{dt} = FS + SF^T - SG^T(DD^T)^{-1}GS + CC^T;$$

$$S(\cdot) = E[(X_t - E[X_t])(X_t - E[X_t])^T]$$

در این حالت شرط روی $D(t) \in R^{m \times r}$ این است که $D(t)D(t)^T$ برای هر t وارونپذیر باشد و روی هر بازه کراندار t ، کراندار باشد.

پیشینه تحقیق و مبانی نظری

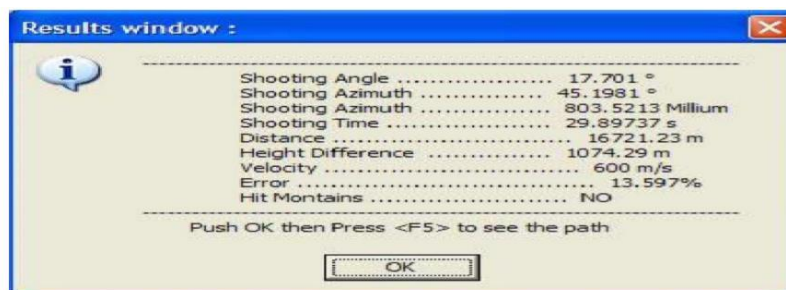
در جنگ‌های قرن بیستم به بعد روزنه حیات نیروهای درگیر و توانمندی تحرک و آزادی عمل آن‌ها به شدت وابسته به تأمین و پشتیبانی آتش به موقع و مؤثر توسط توپخانه و سایت‌های آتشباری و موشکی سبک و سنگین است. برای پشتیبانی آتش نیروهای صحنه نبرد، به ناچار از شیوه‌های مختلف، مانند روش‌های سنتی یعنی استفاده از دیدبانان و

تیم‌های شناسایی تا سیستم‌های مدرن اعم از هواپیماهای شناسایی و حتی عکس برداری ماهواره‌ای، جهت کسب اطلاع از مواضع و استحکامات و تحرکات دشمن استفاده می‌شود. در گذشته به دلیل نبود سیستم‌های خودکار، اجرای آتش عمدتاً با خطر زیادی همراه بوده است از جمله:

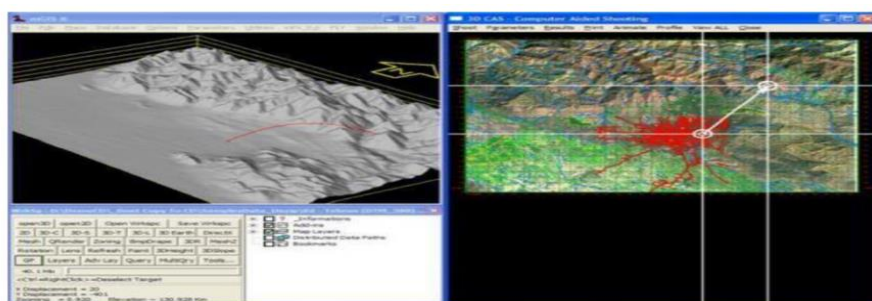
- عدم امکان هماهنگی بین واحدهای توپخانه و آتشبار که منجر به زیر آتش قرار گرفتن بخشی از مواضع و رها شدن برخی نواحی دیگر می‌شد.
- اجرای آتش موازی روی نقاط مشترک.
- تأخیر در شناسایی و رسیدن اطلاعات مربوط به مانور نیروهای خودی و دشمن که منجر می‌شد به:
 - زیر آتش قرار گرفتن نیروهای خودی.
 - تأخیر در اجرای آتش.

از طرفی در روش‌های سنتی تحرکات نیروهای خودی به شدت وابسته به محل استقرار واحدهای توپخانه بود، چرا که لازمه مانور موفق نیروهای خودی، امکان پشتیبانی آتش از طرف نیروهای مذکور است. وابستگی واحدهای مانور کننده به واحدهای توپخانه سبب کاهش قدرت تحرک و بنابراین کند شدن عملیات می‌شد.

ارتش آمریکا با بررسی اشکالات روش‌های سنتی، سیستم پیشرفته اطلاعات تاکتیکی توپخانه صحرایی ارتش آمریکا را برای جایگزین کردن سیستم‌های پشتیبانی آتش قبلی با یک سیستم خودکار طراحی کرد، از جمله کارهای عملی و مفید انجام شده در ایران نرم افزار MGIS می‌باشد که شرکت ایز ایران در سال ۱۳۸۴ با استفاده از تحلیل‌ها و اطلاعات GIS شروع به طراحی و ساخت نمونه‌ای نظامی جهت سهولت در انجام تحلیل‌های نظامی نموده است. (فرتی مهدی و همکاران، ۱۳۸۴) یکی از تحلیل‌های مفید نرم افزار تحلیل شلیک توپخانه در شرایط تئوریک می‌باشد. البته این تحلیل دارای نقاط ضعفی نیز می‌باشد مانند به دست نیاموردن سمت تیراندازی، احتیاج به دانستن سرعت اولیه گلوله هر توپ، کاربر پسند نبودن محیط برنامه، عدم محاسبه بالستیک هواسنجی. اما این قابلیت را به کاربر می‌دهد که بتواند با تعیین محل استقرار توپخانه و محل هدف، گرا و زاویه شلیک را بدست آورد. شکل (۱) نمای کلی نرم افزار و شکل (۲) گزارشی پس از انجام تحلیل سیستم نشان می‌دهد.



شکل ۱: نمای کلی نرم افزار



شکل ۲: تحلیل نرم افزار MGIS

ارتش جمهوری اسلامی ایران علاوه بر استفاده از روش‌های مرسوم هدایت آتش، از سیستم محاسبات رایانه‌ای هدایت آتش موسوم به صیاد استفاده می‌کند (مرکز توپخانه و موشک‌های نیروی زمینی ارتش جمهوری اسلامی ایران ۱۳۸۸). همچنین نیروی زمینی سپاه پاسداران انقلاب اسلامی ایران نیز با تهیه نرم افزار محاسبات هدایت آتش توپخانه موسوم به حسیب به محاسبات مربوط به هدایت آتش توپخانه می‌پردازد. این سامانه شامل امکاناتی از قبیل امکان انتخاب بهترین جنگ افزار جهت تیراندازی، ثبت مهمات مصرفی در هر موضع و ثبت مواضع، دیدگاه‌ها، آماج، مناطق منع آتش و نقاط تنظیمی می‌باشد (مرکز توپخانه و پدافند هوایی نیروی زمینی سپاه پاسداران انقلاب اسلامی، ۱۳۹۴).

روش شناسی تحقیق

این تحقیق از منظر هدف تحقیقی کاربردی می‌باشد چرا که سعی می‌شود نتایج حاصل از این تحقیق را مورد استفاده‌ی عملی قرار داده و با کمک نتایج آن، محاسبات تیم هدایت آتش توپخانه با دقت بیشتری انجام پذیرد. در تحقیقات کاربردی با استفاده از محاسبات عددی تقریب نسبتاً دقیقی از جواب بدست می‌آید و از آنجایی که در مسائل عملی همیشه

به جواب عددی برای محاسبات نیاز می‌باشد روش تحقیق در این رساله کاربردی انتخاب شده است.

مراحل روش تحقیق

۱- معرفی و ساخت مدل برای فرآیند نشانه‌گیری

۲- استفاده از مدل ساخته شده برای ارائه الگوریتم بهینه برای محاسبه دقیقتر

برای مدل سازی و بررسی مساله نشانه‌گیری از مساله فیلترینگ استفاده می‌کنیم. مساله فیلترینگ بطور کلی در حالتی مطرح می‌شود که وضعیت سیستم که از یک فرآیند تصادفی بوجود آمده است برای ما قابل مشاهده نیست و تنها با مشاهدات غیر مستقیم می‌توانیم وضعیت واقعی سیستم را تخمین بزنیم. برای مثال وقتی هواپیمایی از تهران به سمت شیراز حرکت می‌کند ما مسیر حرکت هواپیما را می‌دانیم و با توجه به سرعتی و زمان گذشته می‌توانیم به صورت حدودی تخمینی از محل هواپیما ارائه دهیم. یا اگر از سیستم رادار استفاده کنیم مجدداً تخمینی از وضعیت لحظه‌ای هواپیما بدست می‌آوریم. مساله فیلترینگ به بررسی راه‌حلی برای افزایش دقت مشاهدات بدست آمده می‌پردازد. در این تحقیق با استفاده از فیلتر کالمن مساله فیلترینگ برای نشانه‌گیری را در حالت هدف متحرک دو بعدی بررسی می‌کنیم.

یافته های تحقیق

فرآیند نشانه‌گیری اهداف که در توپخانه یا از طریق پدافندهای هوایی انجام می‌شود، شامل اجزا زیر است. اول موقعیت واقعی هدف مانند هواپیما یا ادوات نظامی متحرک در جاده یا استحکامات دشمن، در بسیاری از حالات مانند اهداف متحرک هواپیما یا ادوات نظامی متحرک موقعیت دقیق هدف در هر لحظه دقیق مشخص نیست و برای پدافندها یا توپخانه‌ها تنها تخمینی از موقعیت هدف در دسترس است که یا از طریق رادار و یا از طریق گزارشات دیده‌بان بدست می‌آید که در واقع جز دوم فرآیند هست و در نهایت جز سوم تصمیمی هست که افراد توپخانه یا پدافند بر اساس تخمین ارائه شده اتخاذ می‌کنند (شیخیان علی، ۱۳۸۸) که در واقع در حال حاضر از گزارش ارائه شده توسط دیده‌بان یا رادار برای تعیین مختصات هدف و نشانه‌گیری استفاده می‌کنند و در این بخش

می‌خواهیم براساس گزارش ارائه شده و با لحاظ کردن عواملی که باعث بروز خطا می‌شوند در مرحله سوم تصمیم بهتری اتخاذ کنیم و مختصات هدف را با الگوریتمی بهیته تخمین بزنیم. برای انجام این کار با استفاده از فیلتر کالمن باید برای مسیر حرکت هدف یا همان مختصات دقیق هدف در هر لحظه (با اینکه مقدار دقیق را نمی‌دانیم) یک معادله دیفرانسیل تصادفی ارائه می‌کنیم که در ادبیات فیلتر کالمن از آن به‌عنوان معادله سیستم یاد می‌کنیم. سپس برای گزارش‌ها یا مختصاتی که از طریق رادار یا دیده‌بان ارائه می‌شوند یک معادله دیفرانسیل تصادفی دیگری ارائه می‌کنیم که به آن معادله مشاهدات می‌گوییم و در نهایت برای به دست آوردن بهترین مختصات جهت نشانه‌گیری باید مساله فیلتر کالمن را حل کنیم و جواب مساله را که همان بهترین تخمین از وضعیت سیستم (مختصات هدف) بر مبنای مشاهدات (گزارش‌ها ارائه‌شده) هست را محاسبه نماییم.

تخمین میانگین و واریانس

برای ارائه معادلات دیفرانسیل تصادفی برای وضعیت سیستم و مشاهدات فرض می‌کنیم که سیستم و مشاهدات خطی هستند و همچنین تصادفی هستند. برای وضعیت سیستم که بوضوح چون مختصات دقیق را نمی‌دانیم باید برای توصیف وضعیت سیستم از یک فرآیند تصادفی که جواب یک معادله دیفرانسیل تصادفی می‌باشد، استفاده کنیم. بنابراین باید انحراف معیار یا واریانس را برای توصیف سیستم لحاظ کنیم که می‌توانند متناسب با انحرافات متداولی باشند که از حرکت اهداف انتظار داریم. برای مثال وقتی یک اتومبیل در یک جاده مستقیم با سرعت ثابت در حال حرکت است، طبیعی است که حدوداً یک متر از مرکز جاده فاصله بگیرد و به سمت چپ یا راست جاده متمایل بشود پس در ارائه معادله دیفرانسیل مربوط به وضعیت سیستم یا همان مختصات هدف باید انحراف معیار یک متر را لحاظ کنیم. همچنین برای توصیف وضعیت مشاهدات یا گزارش‌ها دیده‌بان یا رادار برای محاسبه خطای انسانی در گزارش دیده‌بان یا وضعیت جوی یا عوامل دیگر که سیستم رادار را مختل می‌کند را با استفاده از انحراف معیار لحاظ می‌کنیم.

معادله هدف یا سیستم

فرض کنیم که یک تانک در مسیر مستقیم و با سرعت ثابت v در حال حرکت است. از آنجایی که تانک توسط انسان هدایت می‌شود طبیعی است که انحرافات از مسیر داشته باشد که شامل تغییرات کمی در سرعت و یا تمایل به چپ و راست را شامل می‌شود که باید به‌عنوان خطا یا عامل تصادفی در مساله لحاظ شود. با توجه به حرکت در مسیر

مستقیم، سرعت و انحراف معیار مطرح شده، رابطه معادله دیفرانسیل تصادفی سیستم به صورت زیر است

$$dX_t = vdt + AdU_t$$

که در آن $v \in R^2$ بردار سرعت و $A \in R^{2 \times 2}$ نیز ماتریس خطا یا انحراف معیار سیستم می باشد.

معادله مشاهدات

معادله مشاهدات با مشاهده موقعیت هدف و در نظر گرفتن خطای دیده بان به صورت زیر است

$$dZ_t = X_t dt + MdV_t$$

که در آن M خطای دیده بان در گزارش کردن موقعیت هدف می باشد.

الگوریتم تخمین بهینه موقعیت هدف متحرک ۲-بعدی

با توجه به روابط به دست آمده مقادیر سرعت که به صورت بردار $v \in R^2$ بیان شده و ماتریس های انحراف معیار A و M را مشخص می کنیم. فرض کنیم که متحرک با سرعت ۲ متر بر ثانیه در راستای طول و ۱ متر بر ثانیه در راستای عرض حرکت کند، یعنی

$$v = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس های انحراف معیار را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

و

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حال با جایگذاری داریم:

$$dX_t = vdt + AdU_t \rightarrow dX_t = \begin{bmatrix} \gamma \\ 1 \end{bmatrix} dt + \begin{bmatrix} \delta & \dot{\cdot} \\ \cdot & \delta \end{bmatrix} dU_t$$

$$dZ_t = X_t dt + MdV_t \rightarrow dZ_t = X_t dt + \begin{bmatrix} 1 & \dot{\cdot} & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} dV_t$$

برای به دست آوردن تخمین بهینه با جایگذاری داریم:

$$\widehat{X}_t = \widehat{X}'_t + X''_t$$

$$\widehat{X}_t = \widehat{X}'_t + \begin{bmatrix} \gamma \\ 1 \end{bmatrix} t$$

و با گسسته سازی داریم

$$\widehat{X}_n = \widehat{X}'_n + X''_n$$

$$\widehat{X}_n = \widehat{X}'_n + \begin{bmatrix} \gamma \\ 1 \end{bmatrix} n$$

که X'_t از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\widehat{X}'_{n+1} = \widehat{X}'_n + S'_n \begin{bmatrix} \dot{\cdot} & \dot{\cdot} & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \widehat{X}'_n + S'_n \begin{bmatrix} \dot{\cdot} & \dot{\cdot} & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} H'_{n+1}$$

$$\widehat{X}' = E[X'] = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

که در آن H'_{n+1} مشاهدات از سیستم X'_t است.

همچنین همان‌طور که دیده شد در این حالت خطای سیستم برابر با خطای سیستم X'_t است. یعنی $S = S'$ پس مشابه قسمت قبلی در این حالت داریم:

$$S_{n+1} = S_n + S_n \begin{bmatrix} \dot{\cdot} & \dot{\cdot} & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} S_n + \begin{bmatrix} \gamma & \delta \\ \cdot & \gamma & \delta \end{bmatrix}$$

$$S(\cdot) = \begin{bmatrix} \gamma & \delta \\ \cdot & \gamma & \delta \end{bmatrix}$$

بنابراین الگوریتم‌های بهینه به دست آمده‌اند.

نتیجه‌گیری

در این مقاله مساله فیلتر کالمن و نشانه‌گیری را در حالتی که معادلات سیستم و مشاهدات نسبت به موقعیت سیستم خطی باشند، بررسی کردیم. در حالتی که ضرایب خطی و مستقل از موقعیت سیستم باشند، مانند حالت هدف متحرک ۲-بعدی، توانستیم با استفاده از تغییر متغیر، روابط به‌دست‌آمده را به رده بزرگ‌تری از مسائل تعمیم دهیم. با استفاده از روابط به‌دست‌آمده در مساله نشانه‌گیری به‌راحتی می‌توانیم گزارش دیده‌بان را در روابط جایگذاری کنیم و با توجه به اینکه روابط خطای دیده‌بان و خطای ذاتی در سیستم را در نظر می‌گیرند تخمین بهتری از موقعیت هدف ارائه می‌شود. درواقع تخمین جدید به‌دست‌آمده نه‌تنها خطای دیده‌بان و توپخانه را در محاسبات خود در نظر می‌گیرد بلکه به سبب میانگین‌گیری که انجام می‌شود می‌توان گفت که تخمین به‌دست‌آمده همان جواب با بیشترین درست‌نمایی برای مساله می‌باشد که از نظر آماری درواقع جواب بهینه یا بهترین جواب می‌باشد. الگوریتم به‌دست‌آمده تنظیمات یا درواقع پارامترهای موردنیاز خود را از کاربر دریافت می‌کند، برای مثال خطای دیده‌بان را دیده‌بان باید با توجه به شرایط جوی، فاصله هدف و شناختی که از خود دارد وارد نماید، بنابراین این الگوریتم قابل تنظیم در شرایط مختلف میدان نبرد می‌باشد که باعث افزایش کارایی و دقت سیستم می‌شود.

منابع

- اعلمی‌فر، علی (۱۳۸۶). آیین‌نامه تاکتیک توپخانه. اصفهان: انتشارات دانشکده توپخانه صحرایی.

- فرتقی، مهدی. مهدیپور، فاطمه. آل شیخ، اصغر (۱۳۸۴). مقایسه معماری های مختلف Web-GIS از منظر امکانات ونحوه پیاده سازی. همایش ژئوماتیک.
- کریمی، محمود (۱۳۸۵). مرکز هدایت آتش. اصفهان: دانشکده توپخانه صحرایی.
- شیخیان، علی (۱۳۸۸). حل پیام هواسنجی و استفاده از تصحیحات آن. اصفهان: انتشارات دانشکده توپخانه صحرایی.
- مرکز توپخانه و موشکها نیروی زمینی ارتش جمهوری اسلامی ایران (۱۳۸۸). راهنمای دستگاه محاسبات هدایت آتش صیاد. اصفهان: انتشارات مرکز توپخانه و موشکها نیروی زمینی ارتش جمهوری اسلامی ایران.
- مرکز توپخانه و پدافند هوایی نیروی زمینی سپاه پاسداران انقلاب اسلامی (۱۳۹۴). نرم افزار محاسبات هدایت آتش توپخانه موسوم به حسیب.
- *Matin, J. (1989). A Model For Optimizing Field Artillery Fire. Monterey: Naval Postgraduate School.*