

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۳۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۲۸

مقاله پژوهشی

پژوهشنامه علوم دفاعی

شماره ۷، پاییز ۱۴۰۱

ص ص ۹۳ تا ۱۰۷

شبیه سازی ریاضی انتقال آلودگی در آبهای زیرزمینی برای امنیت منابع آبی

حجت الله عبادی زاده^۱، یونس طالعی^۲

چکیده

آلوده شدن آب های زیر زمینی به نیترات و مواد رادیواکتیو و مواد صنعتی را می توان از جمله مهمترین روش های تروریستی دانست که در آن تلاش می شود که با انهدام منابع آبی، سلامت جسمی مردم مورد تهدید و صدمه قرار گیرد. در این مطالعه از مدل سازی ریاضی، به عنوان یکی از روشهای پرکاربرد در علوم بیولوژیکی، به منظور شبیه سازی جنگ های بیولوژیکی استفاده شده است. در این روش یک مدل ریاضی با تخمین پارامترهای هیدرولیکی و هیدرولوژیکی برای جریان آبهای زیرزمینی بدست می آید که از آن می توان برای مدیریت منابع آب های زیرزمینی بهره گرفت. شبیه سازی ریاضی ارائه شده در این مقاله به عنوان یک الگوریتم عددی، با فراهم کردن امکان شناسایی مبدا تولید آلودگی آب های زیرزمینی و بازسازی زمان و مکان انتشار آن، نرم افزاری امنیتی-راهبردی را در مطالعات پدافند غیر عامل به منظور حفظ و ارتقاء سلامت و امنیت منابع آبی در اختیار قرار می دهد.

واژه های کلیدی: علم سنجی، آلودگی آب های زیرزمینی، مسائل معکوس، مدل سازی ریاضی، پدافند غیرعامل

^۱ (نویسنده مسئول): دکتری ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه افسری امام علی (ع)، تهران، ایران، ایمیل:

ebadizadeh.h@gmail.com

^۲ دکتری ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه افسری امام علی (ع)، تهران، ایران.

مقدمه

با توجه به قرارگیری بخش وسیعی از گستره کشورمان در محدوده مناطق خشک و نیمه خشک، اهمیت مدیریت صحیح بر بهره برداری آبهای زیرزمینی به عنوان مهمترین منبع تامین کننده آب شیرین و زیرساخت های کلیدی هر کشور و حفظ آن از گزند حملات تروریستی بر کسی پوشیده نیست. اهمیت این موضوع وقتی مشخص تر می شود که بدانیم جبران خسارات وارده یا جایگزین کردن هر بخش از تاسیسات آبی در پی عملیات حملات فیزیکی و یا عملیات خرابکارانه دشمن غالباً بسیار دشوار زمان بر است و علاوه بر این تبعات ثانویه ای را نیز به دنبال دارد. یک حمله تروریستی یا بیوتروریستی روی تاسیسات آبرسانی که منجر به آلودگی منابع آبی می شود، ممکن است صدها نفر را کشته و صدها نفر دیگر را به همان روش تحت تاثیر قرار داده و بیمار کند و منجر به بروز شرایط بحرانی در جامعه شود. آب می تواند به صورت مختلفی از جمله با اعمال تغییرات فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی آلوده شود که به موجب این تغییرات، آثار زیانباری را بر سلامت، بقا و فعالیت های انسان، حیوان، گیاهان و سایر موجودات زنده بر جای بگذارد. البته نباید این نکته را نادیده گرفت که تلفات انسانی در یک حادثه تروریستی مرتبط با آب، خود با تحمیل اثرات روانی می تواند امکان تصمیم گیری عاقلانه و به دور از احساس را از مردم سلب کرده و گاهی این آثار روانی ممکن است مدت طولانی تری منطقه مورد نظر را تحت تاثیر قرار دهد. در چنین حملاتی امنیت جامعه خدشه دار می شود و اعتماد مردم نسبت به مسئولین صنعت آب ضعیف می شود به نحوی که جبران آن ممکن است ماه ها زمان بخواهد. به عنوان نمونه می توان به اثرات تذکر وزیر محترم بهداشت در سال ۱۳۸۸ در خصوص بالاتر بودن غلظت نیتрат آب آشامیدنی از حد استاندارد در بعضی مناطق تهران و افزایش خطر مصرف آن توسط شیرخواران اشاره نمود. این مطلب بشدت مورد سوء استفاده شرکت های فروشنده آب های بطری شده قرار گرفت و جمعیت ده میلیونی تهران اقدام به خرید این آب ها برای مصارف شرب خود نمودند. خارج از این بحث که کیفیت این آب ها چقدر استاندارد و مورد اعتماد و قابل تائید است، شوک وارد شده علی رغم تکذیب سازمان آب منطقه ای تهران، اثر

منفی خود را گذاشت و ماه ها بسیاری از مردم آب شرب خود را بصورت بطری خریدند. در آن شرایط حتی بعضی رسانه های داخلی با ایجاد جو ناامنی و ایجاد نگرانی و تشویش اذهان مردم نقش ایفا نمودند و اعلام کردند در کنار آلودگی هوای تهران، آلودگی آب به نیترا، بر نگرانی های مردم تهران افزود. این گونه اثرات روانی غیر قابل کنترل حاصل اعلام یک مطلب اشتباه توسط مسئولین است و اگر حادثه ای تروریستی در خصوص آلودگی آب مصرفی کلان شهری مثل تهران اتفاق بیافتد، آثار و عوارض آن به سادگی قابل کنترل نخواهد بود و مطمئنا به یک بحران امنیتی اجتماعی تبدیل خواهد شد و دشمن با حربه تبلیغات مسموم خود اثرات روحی و روانی این حمله تروریستی را تشدید و دامن خواهد زد و کنترل آن را برای مسئولین هزینه بر و گران و مشکل خواهد نمود. لذا، در یک شرایط استراتژیک، تصرف و اشغال و آلوده نمودن آن ها نقش موثری در فعالیت و حفظ سلامت و روحیه مردم دارد. در نتیجه همیشه آب هدف ایده آلی برای یک حمله تروریستی است و به کارگیری بالاترین سطح حفاظتی برای سیستم های تامین آب ضروری است، چون درحقیقت حملات عمدی روی سیستم های تامین آب یک کار ساده و حدسی و اتفاقی نیست. در گذشته اتفاق افتاده و هنوز هم ادامه دارد و لازم است با ارایه راهکارهای امنیتی-دفاعی هر گونه تهدید مرتبط با سیستم های آبرسانی به موقع شناسایی و کشف و گزارش شود. از جمله فعالیت های تهدید آمیز بیوتروریستی علیه سیستم های آبرسانی می توان به موارد زیر اشاره کرد:

الف. تخریب فیزیکی سیستم ها: این اقدام منجر به قطع آبرسانی به علت خرابی تاسیسات و تجهیزاتی مثل پمپ ها، کلریناتورها، رایانه ها و ساختمان ها می شود. در صورت انتشارگاز کلر، سلامتی کارکنان و ساکنین مجاور تصفیه خانه تحت تاثیر قرار می گیرد. ب. آلودگی عمدی شیمیائی که می تواند کیفیت آب را در مخازن و شبکه توزیع تحت تاثیر قرار دهد.

ج. حملات سایبری که بهره برداری از تصفیه خانه آب و تاسیسات مربوطه را مختل می نماید.

د. حملات بیوتروریستی: تصفیه خانه های آب و شبکه توزیع به عنوان اهداف بیوتروریستی

شناخته شده می باشند. اگر چه پخش عوامل جنگ بیولوژیک از طریق آئروسل ها کارآئی بیشتری دارند، اثر انتشار عوامل بیماری زای قابل انتقال از طریق آب هم کمتر نیست و این آلودگی عمدی ممکن است در منبع تامین آب، محل تصفیه خانه و یا در شبکه ی توزیع آب اتفاق بیافتد.

پیشینه شناسی تحقیق

سابقه استفاده از مواد شیمیائی به عنوان سلاح کشتار جمعی به جنگ جهانی اول برمی گردد. طی جنگ جهانی دوم نیز ژاپنی ها منابع آب چین را به باسیلوس آنتراسیس، گونه های شیگلا، گونه های سالمونلا، ویبریوکلرا و یرسینیاستیس آلوده کردند. پس تکرار این قبیل اقدامات تروریستی در اقصی نقاط جهان خیلی دور از انتظار نیست. بین سال های ۱۹۶۱ تا ۱۹۷۱، ارتش امریکا از مواد علف کش (ماده نارنجی) برای از بین بردن پوشش گیاهی و مواد غذایی مردمی که از سرزمینشان دفاع می کردند استفاده کرد. مساله بر سر از بین بردن پوشش گیاهی ای بود که دشمن می توانست در آن پنهان شود و هم چنین نابود کردن محصولات غذایی ای که باعث گرسنگی اهالی و رزمندگان می شد. سال ۱۹۷۲: در شیکاگو چندین عضو از یک سازمان تروریستی نئونازی، ظاهرا با هدف اجرای یک نقشه جدید و ماهرانه، در زمانی که جزئیات طرح آلودگی منابع تامین آب چندین شهر شامل شیکاگو و ساینٹ لوئیس را در برنامه های خود داشتند بازداشت شدند. آن ها چندین عامل بیولوژیک در اختیار داشتند که در آزمایشگاه دانشکده یا کالج های محلی تولید کرده بودند. عواملی مثل بوتولسم، مننژیت، سیاه زخم و بالای ۴۰ کیلوگرم کشت های تیفوئید از جمله عوامل شناسائی شده بود که در اختیار آنها بود. سال ۱۹۷۷: در شمال کارولینا یک مخزن آب با عوامل باکتریایی آلوده شده بود. در واقع درپوش های ایمنی مخزن برداشته و آب با موفقیت آلوده و غیرقابل استفاده شده بود و آب مورد نیاز مردم با کمک کامیون های تانکر دار تامین شد.

سال ۱۹۸۷: سارین، جزء عوامل اعصاب و یکی از سمی ترین گازها و تسلیحات شیمیایی خطرناک است. ماده ای بی رنگ و بی بو و با ثبات بسیار کم، که به راحتی در آب حل

نمی شود. عراق در طول جنگ تحمیلی و بخصوص عملیات کربلای ۸ برای اولین بار، به وسیله موشک های کاتیوشا، از این گاز سمی علیه اهداف غیر نظامی مثل تصفیه خانه آب استفاده نمود و طی آن حمله، اکثر کارکنان تصفیه خانه آب خرمشهر مسموم و شهید شدند. سال ۱۹۹۱: در ژانویه یک نامه بی نام به دفتر کلونیا در کلمبیای تحت اشغال انگلیس فرستاده شد. در این نامه منابع آب شهر تهدید به آلودگی با عوامل بیولوژیک شد. انگیزه آن ها مرتبط با جنگ خلیج فارس بود. بعد از این تهدید، به تعداد نیروهای امنیتی منابع آب افزوده شد. اما هیچ عملیاتی در رابطه با این تهدید شناسایی نشد.

سال ۱۹۹۲: ۲۸ مارچ حمله ای به نیروی هوایی ترکیه در استامبول انجام شد. متوجه شدند مخازن آب محتوی غلظت بالای از سیانید پتاسیم است (۱۵۰/۱۵۰ mg). قبل از اینکه کسی صدمه ببیند، آلودگی شناسایی شد. گروه PPK در کردستان ترکیه مسئول این حمله بودند. سال ۱۹۹۳: صدام منابع آب شیعیان جنوب عراق را با سموم شیمیایی مسموم کرد. سال ۱۹۹۹: در منطقه کوزوو چاه های آب بوسیله صرب ها آلوده شد، در مناطق اطراف چاه ها، اجساد کوزوویی های آلبانی دفن شده بود. در این سال ناتو سیستم های آب را در یوگوسلاوی هدف قرار داد و سیستم تامین آب را از کار انداخت.

سال ۲۰۰۶: حملات گسترده رژیم اشغالگر قدس در جنگ ۳۳ روزه، به تاسیسات زیر بنایی و زیرساخت های مهم لبنان از قبیل بیمارستان ها و تاسیسات آبرسانی خسارات گسترده ای به آن ها وارد نمود. با بررسی این سوابق تاریخی ثابت می شود که آلوده نمودن منابع تامین آب در سطوح بین المللی یک مسئله جدیدی نیست و در طول تاریخ همواره بوده است.

مبانی تحقیق

در جهت تامین اقدامات امنیتی-راهبردی برای مقابله با تهدیدات آب های زیرزمینی مهمترین اهرم کنترل و نظارت در صنعت آب آشامیدنی پایش و کنترل تمام اجزای سیستم تامین و تصفیه و توزیع آب است. لازم است آسیب پذیری شبکه ها و منابع آبی نسبت به حملات احتمالی بر حسب بزرگترین ریسک امنیتی منابع آب مورد توجه قرار گیرد. ایجاد یک سیستم

ایمن و مناسب جهت پیشگیری از تهدید، شناسایی به موقع و به تأخیر انداختن تهدید ضروری است. باید با حفاظت از منابع آب و شبکه توزیع آب متناسب با نوع تهدیدات موجود از آلودگی عمدی منابع و سیستم های تامین آب آشامیدنی ممانعت نمود. باید برای مقابله با حوادث مختلف احتمالی در رابطه با آلودگی آب به عوامل میکروبی بیماریزا، سموم شیمیایی و غیره، دستورالعمل های ویژه تنظیم و به نحو مناسب مثل تهیه پوسترهای خاص به مردم اطلاع رسانی گردد تا تلفات و خسارات حوادث احتمالی به حداقل لازم کاهش یابد. از بین مردم بویژه کسانی که در اطراف منطقه استقرار تاسیسات آبی زندگی می کنند باید افراد خاصی را انتخاب نمود و با گذاشتن دوره های آموزشی اختصاصی آن ها را نسبت به حوادث احتمالی در رابطه با منابع و سیستم های آبرسانی آگاه و حساس نمود تا با دیدن هر گونه حرکت مشکوکی بلافاصله آن را به مسئولین ذیربط گزارش نمایند. چون به مردمی که در اطراف و نزدیک این اماکن آبی قرار دارند، نسبت به آنهایی که در مناطق دور دست قرار دارند خسارات و آسیب های بیشتری وارد می شود.

نقش پدافند غیرعامل در امنیت راهبردی منابع آبی

پدافند غیرعامل به مجموعه اقداماتی اطلاق میشود که بکارگیری آنها مستلزم استفاده از جنگ افزار نبوده اما اجرای آنها موجب جلوگیری از حمله احتمالی دشمن شده یا تلفات و خسارتهای ناشی از تهاجم دشمن را کاهش میدهند. طرحهای پدافند غیرعامل باید در برگیرنده شناسایی و پیش بینی تهدیدات و تبیین تهدید غالب، راههای کاهش خطر و مقابله با تهدیدات، بررسی خسارتهای محتمل ناشی از حملات دشمن، راههای کاهش و کنترل خسارتهای و راه حل های احیا و بازسازی آسیب های وارده باشند. سند چشم انداز بیست ساله کشور، قانون برنامه چهارم توسعه، قانون بودجه سال ۱۳۸۵ و سایر قوانینی که به صورت مستقیم یا تلویحی به موضوع پدافند غیرعامل اشاره نموده است. در آئین نامه اجرائی بند ۱۱ ماده ۱۲۱ قانون برنامه چهارم و آئین نامه های اجرائی مربوط به موضوع پدافند غیرعامل که به نحوی با صنعت آب و فاضلاب کشور مرتبط می باشد نیز برای اجرای تمهیدات امنیتی -

راهبردی برای مدیریت منابع و تاسیسات آبی توصیه ابلاغ شده است. مهندسی پدافند غیرعامل یک نیاز معماری، مهندسی و استراتژیک، برای کاهش تاثیر عملیات دشمن و تامین امنیت پایدار سیستم های تامین آب مانند سدها، چاه های آب، خطوط انتقال، ایستگاههای پمپاژ، تصفیه خانه، مخازن ذخیره و شبکه های توزیع آب است. از جمله راهکارهای امنیتی- راهبردی مقابله با آلودگی عمدی آب در پدافند غیر عامل می توان به موارد زیر اشاره کرد: تجهیزات جایگزین و تهیه مواد شیمیائی (از قبیل پمپ ها و دمنده ها برای مواقع اضطراری و تعمیرات)

حفاظت ویژه (برای جلوگیری از دسترسی سایرین)
نمونه برداری آب و کنترل (برای شناسائی بموقع آلودگی وارد شده احتمالی)
خریداری و نصب تجهیزات فیزیکی، دریچه، پروژکتور یا دوربین های مدار بسته امنیتی.
بهبود و اصلاح سیستم های الکترونیک، رایانه ای یا دیگر سیستم های اتوماتیک و سیستم سیستم های اعلام خطر جهت ارزیابی آلودگی منابع آب

تعیین محل و مبدا ایجاد آلودگی

هیچ فن آوری عملی و در دسترسی جهت شناسایی زمان واقعی حمله عمدی یا اتفاقی به شبکه توزیع آب آشامیدنی وجود ندارد، در حالی که کشف و شناسایی سریع اختلال امنیتی در شبکه توزیع آب در مرحله اولیه، اقدام مناسب اصلاحی و حیاتی است. اگر یک حمله تروریستی بموقع شناسائی شود، با دادن اخطار به مردم، آن ها از پیامدهای احتمالی حمله آگاه می شوند و انجام اقدامات پیشگیرانه ممکن و اثر بخشی اقدامات حفاظتی بیشتر شده و مردم فرصت کافی برای مراقبت های بهداشتی و درمانی و حفاظت از خود خواهند داشت. با توجه به اینکه حملات تروریستی ممکن است به طرق مختلفی انجام شود، همیشه تامین حفاظت فیزیکی کافی در مقابل عملیات خرابکاری تروریستها ضروری است. وجود سیستم های اعلام خطر برای حفاظت از سلامت مصرف کنندگان ضروری است و از فن آوری شناسایی سریع استفاده می کنند، تا این که مسئولین بهداشت عمومی محلی یا ملی و کارکنان

بخش اضطراری اقدامات لازم را به سرعت انجام دهند. اجزای اصلی سیستم های اعلام خطر شامل شناسایی آلودگی، توصیف صفات اختصاصی آلاینده، تعیین محل و مبدا ایجاد آلودگی و ارتباط با مسئولین و مردم و واکنش به حادثه ی آلودگی می باشد.

شبیه سازی ریاضی جریان آب های زیرزمینی

از دیدگاه ریاضیات مهندسی، شبیه بازی ریاضی برای تعیین محل و مبدا ایجاد آلودگی و محاسبه میزان غلظت مکانی آلاینده در طول زمان انتشار در جریان آب های زیرزمینی از طریق مشاهدات کنونی، منجر به مسائل معکوس^۱ (واسنجی مدل) می شوند که در مفهوم تئوری-ریاضی با معادلات دیفرانسیل جزئی با شرایط مرزی بیان می شوند. در حالت کلی، برای ایجاد یک مدل ریاضی برای بررسی جریان آب های زیرزمینی دو مسئله اصلی باید مورد بررسی قرار گیرد: یکی مساله پیشرو (شبیه سازی مدل) و دیگری مساله معکوس (واسنجی مدل) است. مساله واسنجی مدل^۲ یا همان مساله معکوس بسیار حساس بوده و هر گونه عدم دقت در این مرحله می تواند نتایج مدل را طوری تغییر بدهد که با آن نتوان سیستم واقعی را شبیه سازی کرد. در حالت کلی از لحاظ تئوری ریاضی حل اینگونه مسائل (مسائل معکوس) جزو بدحالت ترین مسائل ریاضی می باشد، ممکن است برای مساله تحت شرایطی جواب یکتا وجود نداشته باشد، یا در صورت وجود ناپایدار نسبت به داده های ورودی برای مساله باشد. لذا اتخاذ یک الگوریتم عددی پایدار و مناسب برای حل عددی آن یکی از زمینه های پژوهش در حال حاضر در شاخه های مختلف ریاضی کاربردی می باشد. در این مقاله، با ارائه یک الگوریتم عددی مبتنی بر درونیابی به دنبال پیدا کردن تقریب مناسب و پایدار برای تعیین میزان غلظت اولیه و در جهت مطالعه رفتار مکانی آلاینده و تعیین محل انتشار آلودگی خواهیم بود.

^۱ Inverse Problem

^۲ Calibration

مواد و روش‌ها

معادله دیفرانسیل جریان آب زیرزمینی برای تعیین مبدا و محل انتشار آلودگی و توزیع مکانی آلاینده بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla C) - \nabla \cdot (vC) - \lambda C + S(X)$$

$$C(X, 0) = f(X), \quad X \in \Omega \subseteq R^3,$$

$$C(X, T) = F(X), \quad X \in \Omega \subseteq R^3$$

که در آن تابع $f(x)$ ، میزان توزیع غلظت اولیه نامعلوم و $F(x)$ میزان غلظت محاسبه در لحظه T می‌باشد که از طریق داده‌ها و مشاهدات آزمایشگاهی بدست می‌آید.

∇C : گرادیان غلظت

$C(X, t)$: میزان غلظت

$D(X)$: ضریب پخشیدگی

R : منبع انتشار

v : سرعت جریان

λ : نرخ زوال آلاینده

$S(x, y)$: منبع انتشار آلاینده

در حالت دوبعدی معادله پخش-انتشار فوق به معادله زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(x, y) \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D(x, y) \frac{\partial C}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (v(x, y)C) - \lambda(x, y)C + S(x, y)$$

و در شرایطی که محیط پخش آلاینده همگن باشد، ضریب پخشیدگی ثابت در نظر گرفته می شود و معادله فوق به معادله زیر تبدیل می شود:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_1 \frac{\partial C}{\partial x} + D_2 \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x}(v(x, y)C) - \lambda(x, y)C + F(x, y)$$

هدف اصلی پیدا کردن تقریبی مناسب برای تابع غلظت اولیه $f(x, y)$ می باشد، بطوریکه برای تابع مشاهدات آزمایشگاهی $F(x, y)$ داشته باشیم:

$$\text{Min } |F(x, y) - C(x, T; f(x, y))|$$

در اصل، مساله فوق (مساله معکوس ۱) یک مساله بهینه سازی^۲ مقید تحت شرایط خطی زیر می باشد:

Optimization Problem:

$$\text{Min } \int_0^1 \int_0^1 |F(x, y) - C(x, y, T; f(x, y))|^2 dx dy$$

s. t

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(x, y) \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D(x, y) \frac{\partial C}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (v(x, y)C) - \lambda(x, y)C$$

$$C(x, y, T) = F(x, y)$$

که در آن $C(x, y, T; f(x))$ نماد میزان غلظت در زمان T با توجه به تابع ورودی $f(x, y)$ می باشد. علاوه بر این برای $F(x)$ کران بالای خطا به دلیل خطای محاسبات آزمایشگاهی بصورت زیر می باشد:

$$|F(x, y) - U(x, y, T; f(x, y))| \leq K.$$

با این رویکرد، مساله معکوس (پسرو در زمان) به یک مساله بهینه سازی مقید خطی تبدیل می شود.

در اینجا، با ارایه یک الگوریتم عددی مبتنی بر درونیایی تابع مجهول $f(x, y)$ ، به دنبال پیدا کردن جواب تقریبی مناسب و پایدار برای تعیین میزان غلظت اولیه خواهیم بود.

^۱ Inverse problem

^۲ Optimization problem

الگوریتم عددی

بنا به الگوریتم عددی پیشنهادی در این پروژه، ابتدا تابع مجهول $f(x, y)$ را بصورت زیر تقریب می‌زنیم:

$$f(x, y) \approx \sum_{i=0}^N f_i L_i(x, y),$$

که در آن توابع درونیاب لاگرانژ تکه‌ای خطی برای تابع مجهول $f(x, y)$ می‌باشد، لذا کفایت ضرایب f_i را تعیین کنیم. با جایگذاری تقریب فوق در مساله بهینه سازی، بنا به خطی بودن مساله پخش-انتشار، خواهیم داشت:

Approximate optimization problem:

$$\text{Min}_{f_i} \int_0^1 \int_0^1 \left| F(x, y) - \sum_{i=0}^N f_i U(x, y, T; L_i(x, y)) \right|^2 dx dy$$

s. t

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(x, y) \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D(x, y) \frac{\partial C}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (v(x, y) C) - \lambda(x, y) C$$

$$C(x, y, T) = F(x, y)$$

برای تعیین ضرایب f_i ، خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial f_i} \left(\int_0^1 \int_0^1 \left| F(x, y) - \sum_{i=0}^N f_i U(x, y, T; L_i(x, y)) \right|^2 dx dy \right) = 0, \quad i = 0, \dots, N.$$

با کمینه سازی از طریق این فوق، یک دستگاه معادلات خطی به صورت

$$AX = B$$

$$A = \left[\int_0^1 \int_0^1 C(x, y, T; L_i(x, y)) \cdot C(x, y, T; L_j(x, y)) dx dy \right]_{i,j=0}^N$$

$$X = [f_0, f_1, \dots, f_N]$$

$$B = \left[\int_0^1 \int_0^1 F(x, y) \cdot U(x, y, T; L_0(x, y)) dx dy, \right.$$

$$\dots, \int_0^1 \int_0^1 F(x, y) \cdot U(x, y, T; L_N(x, y)) dx dy]$$

می باشد. از آنجاییکه حل دستگاه معادلات خطی فوق در ابعاد بالاتر از بدحالتی ممکن است برخوردار باشد، لذا از روش‌های منظم سازی ۱ یا الگوریتم های تصادفی مانند الگوریتم ژنتیک ۲ با الگوریتم هوش مصنوعی ۳ برای پیدا کردن جواب تقریبی پایدار استفاده می شود.

نتایج و بحث

به عنوان مثال، یک محیط متخلخل با ضریب انتشار $D_1 = 0.5$ و $D_1 = 0.05$ آلوده شده به ماده رادیواکتیو به جرم m و $\lambda = 0.00002$ را در نظر می گیریم:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_1 \frac{\partial C}{\partial x} + D_2 \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x}(vC) - \lambda C$$

$$C(x, y, t) \rightarrow 0, \quad \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$$

$$C(x, y, 10) = ?$$

بطوریکه دارای جواب تحلیلی می باشد:

$$C(x, y, t) = \frac{m/n}{4\pi t(D_1 D_2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{(x-vt)^2}{4D_1 t} - \frac{y^2}{4D_2 t} - \lambda C\right)$$

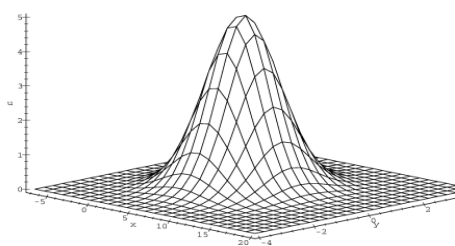
شکل ۱، میزان غلظت در روزهای $T = 10, 20, 50, 80$ را نشان می دهد. مقدار $C(x, y, T)$ با استفاده از جواب تحلیلی قابل محاسبه است. در اینجا، هدف اصلی بازسازی (تقریب) میزان غلظت اولیه در روز $t = 10$ و نشان دادن صحت و دقت روش پیشنهادی می باشد. شکل (a) ۲، مقدار دقیق نمودار غلظت $C(x, y, 10)$ و شکل های (b-d) ۲، جواب تقریبی بدست آمده (میزان غلظت اولیه بازسازی شده) $C_{App}(x, y, 10)$ با استفاده از الگوریتم عددی پیشنهاد شده با اطلاع از میزان غلظت در زمان های نهایی $T = 20, 50, 80$ می باشد.

۱ Regularization method

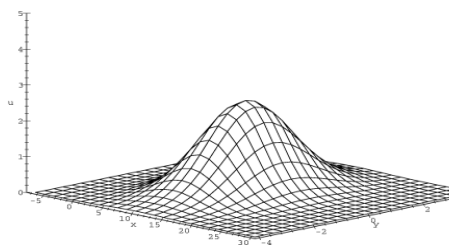
۲ Genetic algorithm

۳ artificial Intelligence

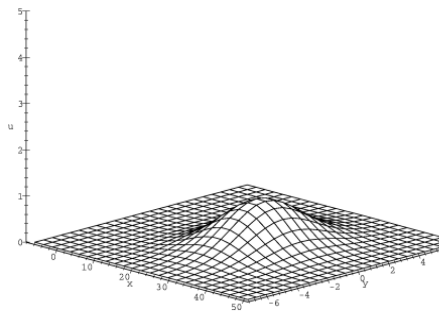
نتایج مشاهده شده در شکل ۲، دقت و تقریب مناسب برای تابع غلظت در لحظه $t = 10$ را با استفاده از میزان غلظت در فاصله‌های مختلف زمانی نشان می‌دهد. شکل ۳ نیز میزان غلظت بازسازی شده در برش $y = 0$ ، با استفاده از اطلاعات مکانی از میزان غلظت در روز $T = 20$ را نشان می‌دهد. لذا با استفاده از نمودار غلظت در لحظه $t = 10$ می‌توان اطلاعاتی از توزیع مکانی آلاینده و منشا ایجاد آلودگی را تخمین زد. به عنوان یک نتیجه کلی و کاربردی، با بدست آوردن اطلاعات داده‌ای از مناطق مختلف مستعد آلودگی آب‌های زیرزمینی و بدست آوردن میزان غلظت آلودگی در آن نقاط مختلف از محدوده مطالعاتی می‌توان با پیاده سازی الگوریتم عددی پیشنهاد شده در این مقاله توزیع مکانی آلاینده در نقاط مختلف در یک زمان گذشته و منشا و منبع ایجاد آن دسترسی پیدا کرد. در نرم افزارهای مهندسی شبیه سازی جریان آب از جمله Modflow با استفاده از داده‌ها می‌توان مسیر حرکت و مقصد آلاینده را برای یک آبخوان پیش بینی کرد، ولی تعیین توزیع مکانی آلاینده در یک زمان قبل و تشخیص منبع آلاینده به طور مستقیم امکان پذیر نیست. لذا، الگوریتم عددی معرفی شده در این مقاله را می‌توان یک ابزار جدید برای این نرم افزار ارائه داد.



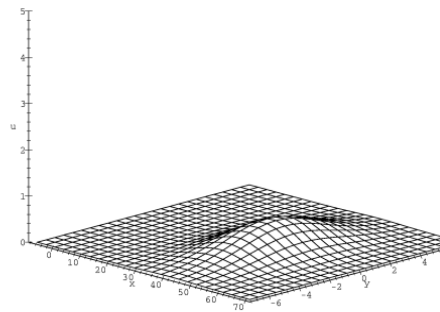
(a)



(b)

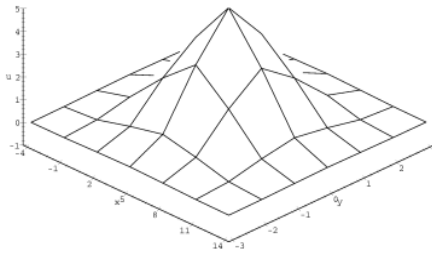


(c)

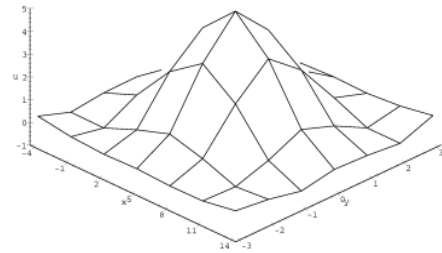


(d)

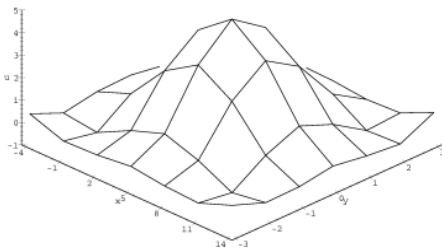
شکل ۱. میزان غلظت آلاینده در لحظات $T=10$ (a), $T=20$ (b), $T=50$ (c), $T=80$ (d)



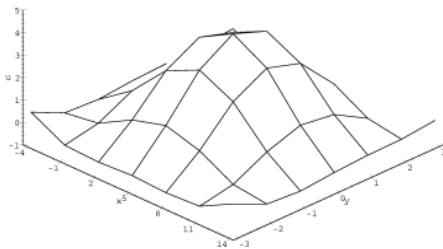
(a)



(b)

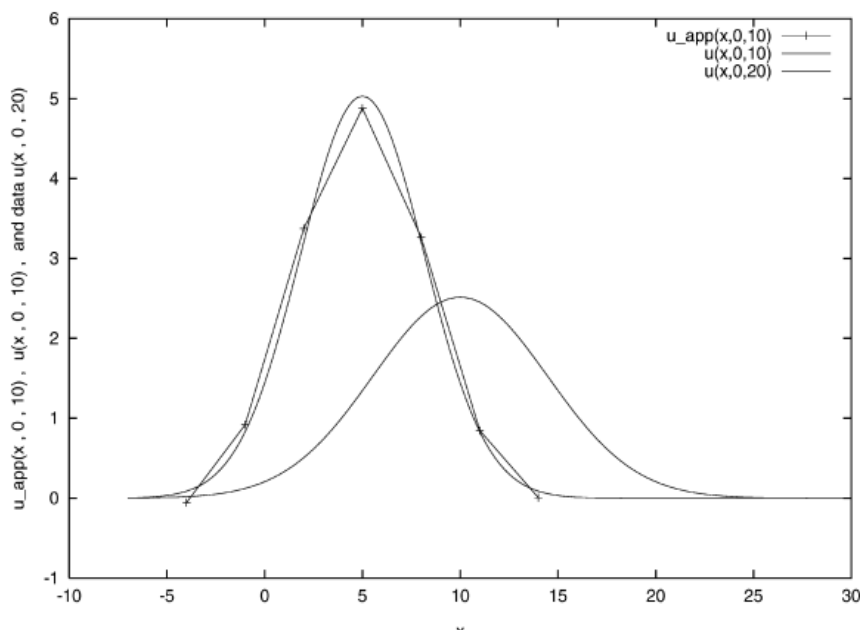


(c)



(d)

شکل ۲. میزان غلظت بازسازی شده در زمان‌های $t=10$ با استفاده از میزان غلظت در لحظات نهایی $T=20,50,80$.



شکل ۳. میزان غلظت اولیه بازسازی شده در لحظه $t=10$.

فهرست منابع

رضایی، رضا و همکاران، ۱۳۸۹، ارزیابی آلودگی شیمیایی منابع آب زیرزمینی مناطق پایین دست محل دفن زباله شهر سنندج، مجله علمی دانشگاه علوم پزشکی کردستان، دوره پانزدهم، ص ۸۹-۹۸.

فرزاد بهتاش، محمدرضا (۱۳۸۰) دانشنامه ی مدیریت شهری؛ سازمان پدافند غیرعامل، تهران.

A. N. Tikhonov, V.Y. Arsenin, "Solutions of Ill-posed Problems", Winston, Washington, (1977).

H, Han, M. Yan, C. Wu, "An energy regularization method for the backward diffusion problem and its applications to image deblurring", Commun. Comput. Phys. Physics, Vol . 4, 177-194, (2008).

J. Atmadja, A.C. Bagtzoglou, " Pollution source identification in heterogeneous porous media", Water Resour. Res. 37, 2113-2125, (2001).

J. V. Beck, " Inverse Heat Conduction Ill-Posed Problems", John Wiley Int Sc, (1985).