

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۰۹

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۱۹

مقاله پژوهشی

پژوهشنامه علوم دفاعی

شماره ۷، پاییز ۱۴۰۱

ص ص ۵۵ تا ۷۴

درهم‌تندگی الکترون – یون در محیط پلاسمای نیمه کلاسیکی تحریک شده با لیزر

مهدی غلام پور^۱، سید عیسی کرانیان^۲، رامین روزه دار مقدم^۳

چکیده

لیزرها کاربرد فراوانی در حوزه صنایع دفاعی و عاملی در برتر سازی در منطقه نبرد دارند. نشان‌گذاری لیزری، هدف‌گذاری لیزری و سلاح‌های لیزری از مصادیق مختلف کاربردهای لیزر می‌باشند. در این مقاله پراکندگی کشسان یک ذره باردار در انرژی کم را از یک ذره باردار منتخب موجود در محیط پلاسمای نیمه کلاسیکی با جفت شدگی قوی را در نظر گرفته و نسبت پایداری درهم‌تندگی برای آن محاسبه شده است. نتایج نشان دادند که نسبت پایداری درهم‌تندگی به پارامترهای محیط پلاسمای نیمه کلاسیکی – که ناشی از اثرات حفاظ-سازی، کوانتومی و جفت شدگی قوی هستند – وابسته است. نسبت پایداری درهم‌تندگی در حد دمای کم مستقل از دما بوده و در حد دمای بالا وابسته به آن است. با افزایش حرارت، درهم‌تندگی سیستم کاهش پیدا می‌کند. با افزایش طول موج دوبروی، اثرات کوانتومی تضعیف شده و همانطور که انتظار می‌رود درهم‌تندگی کاهش پیدا می‌کند. افزایش انرژی پرتابه نیز باعث کاهش درهم‌تندگی می‌گردد. وابستگی درهم‌تندگی به دامنه نوسانات الکترون آزاد بصورتی است که به ازای بعضی از مقادیر می‌توان درهم‌تندگی سیستم را افزایش داد.

واژه‌های کلیدی: درهم‌تندگی، لیزر، پلاسما، پایداری درهم‌تندگی، طول موج دوبروی، طول موج حرارتی. پراکندگی.

^۱ (نویسنده مسئول): استادیار گروه فیزیک، دانشگاه امام علی (ع)، تهران، ایران. ایمیل: Mahdi.gholampoor@gmail.com

^۲ استادیار گروه فیزیک، دانشگاه امام علی (ع)، تهران، ایران. ایمیل: seied.isa.koranian@gmail.com

^۳ استادیار گروه فیزیک، دانشگاه فردوسی مشهد، تهران، ایران. ایمیل: roozedar@gmail.com

مقدمه

کاربرد لیزرها از دهه ۵۰ میلادی به جهان علم معرفی شد و کاربردهای لیزر در حوزه نظامی از هدف زنی پهپادها تا نشان گذاری‌ها را شامل می‌شود. در سال‌های اخیر درهم‌تنیدگی^۱ یا همان همبستگی کوانتومی بین سیستم‌های کوانتومی مورد توجه بسیاری از فیزیکدان‌ها بوده است. یکی از دلایلی این است که درهم‌تنیدگی نقش کلیدی در تحقق کامپیوتر کوانتومی دارد (نیلسن^۲، ۲۰۰۲). وقتی صحبت از درهم‌تنیدگی می‌شود، حالت‌های EPR که همبستگی دو ذره را بیان می‌کند (و به همین دلیل به آنها زوج EPR گویند) در ذهن مجسم می‌شود (اینشتین^۳، ۱۹۳۵). بدین صورت که یک ذره در نظر بگیرید که به دو ذره کوچک با بعضی برهم‌کنش بیش‌از‌پیش تقسیم می‌شود (اگر چه مشخص نیست چه برهم‌کنشی دارند). سپس آن‌ها در دو جهت مستقیم مخالف هم حرکت کرده و در فاصله دوری از هم قرار می‌گیرند. این‌طور تصور می‌کنیم که این دو سیستم در زمان $t = 0$ تا $t = T$ با هم برهم‌کنش دارند و بعد از آن هیچ برهم‌کنشی بین دو سیستم وجود ندارد. این دو ذره در این حالت بیشینه درهم‌تنیده در فضای هیلبرت با بعد نامحدود هستند. اگر چه در سیستم‌های واقعی فیزیکی و شیمیایی، برهم‌کنش‌های متنوعی بین ذرات وجود دارد. از نقطه نظر درهم‌تنیدگی، سیستم‌های فیزیکی و شیمیایی علاقه به تحول یکانی ناموضعی دارند؛ به عنوان مثال کولومب، هارمونیک، پتانسیل غیر هارمونیک و ... بسیار مهم است که طبیعت این برهم‌کنش را با جزئیات بدست بیاوریم. تحول یکانی غیر موضعی دینامیک درهم‌تنیدگی در فرآیندهای مختلف فیزیکی و شیمیایی را مدیریت می‌کند.

ایده محاسبه پایبندی درهم‌تنیدگی در پلاسما برای اولین بار در مطالعه‌ای تئوری، توسط چانگ و جونگ^۴ در سال ۲۰۰۵ ارائه شد (چانگ^۴، ۲۰۰۵) که در آن پایبندی درهم‌تنیدگی را در برهم‌کنش الکترون-یون برای پلاسمای غیر ایده‌آل محاسبه کردند. پتانسیل برهم‌کنشی

۱. Entanglement

۲. Nielsen

۳. Einstein

۴. Chang

پلاسمای غیر ایده‌آل دارای پارامتر غیر ایده‌آل $\gamma = e^2 / \Lambda k T_e$ است که در آن Λ طول دبی، T_e دمای الکترون، k ثابت بولتزمن و ℓ اندازه بار است. اعتبار این پارامتر غیر ایده‌آلی برای $0 \leq \gamma < 4$ است و با افزایش این پارامتر پلاسمای غیر ایده‌آل میزان درهم‌تندگی افزایش پیدا می‌کند. همچنان افزایش انرژی برخوردی باعث کاهش پایبندی درهم‌تندگی می‌شود. افزایش طول دبی باعث کاهش پایبندی درهم‌تندگی می‌شود اما این تاثیر بسیار جزئی است. در سال ۲۰۰۸ در مقاله‌ای (شین^۱، ۲۰۰۸)، اثرات غیر گرمایی بر روی پایبندی درهم‌تندگی برای پلاسمای لورنتس مورد بررسی قرار گرفت. این پلاسمای دارای توزیع لورنتسی است و پتانسیل برهمکنشی تابعیتی از اندیس طیفی، شعاع دبی، انرژی مشخصه و انرژی حرارتی دارد. افزایش طول دبی، اندیس طیفی و انرژی برخوردی باعث کاهش پایبندی درهم‌تندگی و کاهش انرژی حرارتی باعث افزایش درهم‌تندگی می‌شود. در همان سال کاتو و جونگ^۱ (جونگ^۲، ۲۰۰۸) پایبندی درهم‌تندگی را برای پلاسمای نیمه کلاسیکی با جفت‌شدگی قوی و تاثیرات اثرات کوانتومی بر روی آن را مطالعه کردند. برای پلاسمای کوانتومی تبهگن، پایبندی درهم‌تندگی در سال ۲۰۱۱ محاسبه شد. پتانسیل برهمکنشی این پلاسمای شامل اثرات حفاظ-سازی Friedel میدان دور است. در این مقاله نشان داده شده است که افزایش عدد موج فرمی باعث افزایش پایبندی درهم‌تندگی و افزایش فرکانس برخورد تاثیر آنچنانی در پایبندی درهم‌تندگی نداشته و تقریباً ثابت می‌ماند (کی^۳، ۲۰۱۱). در سال ۲۰۱۱، جونگ اثرات پلاسمون را در برخورد کشسان بین الکترون-یون برای پایبندی درهم‌تندگی در پلاسمای کوانتومی گرم محاسبه کرد (جونگ، ۲۰۱۱). تاثیرات میدان ضعیف یونی برای پایبندی درهم-تندگی برای پلاسمای غباری در سال ۲۰۱۲ توسط هونگ و همکارش^۲ مورد بررسی قرار گرفته است (جونگ، ۲۰۱۲). افزایش عدد ماخ و انرژی برخوردی منجر به نابودی پایبندی درهم‌تندگی می‌گردد. در سال ۲۰۱۴ توسط همین نویسندگان پایبندی درهم‌تندگی در

۱. Shin

۲. Jung

۳. Ki

پلاسمای کوانتومی تبه‌گن محاسبه شده است (هونگ^۱، ۲۰۱۴). پتانسیل برهم‌کنشی این سیستم پلاسمایی شامل اثرات حفاظ‌سازی کوانتومی و رد و بدل الکترونی است. افزایش انرژی فرمی باعث کاهش پایداری درهم‌تنیدگی می‌شود در حالی که با افزایش انرژی پلاسمون، پایداری درهم‌تنیدگی رشد پیدا می‌کند. در سال ۲۰۱۷ برای پلاسمای کوانتومی شامل اثرات کوانتومی نوسانی و اثر فیر، پایداری درهم‌تنیدگی بدست آورده شد (لی^۲، ۲۰۱۷). افزایش پارامتر پلاسمون، انرژی فرمی و پارامتر رد و بدل الکترونی باعث رشد پایداری درهم‌تنیدگی می‌شود. در نهایت در سال ۲۰۱۹، فالایه (فالایه^۳، ۲۰۱۹) میدان مغناطیسی خارجی را وارد مسئله کرد. بدین صورت که فرض کرد پلازما تحت تابش میدان مغناطیسی باشد اما این میدان را طوری در نظر گرفت که تقارن کروی مسئله به هم نخورد.

میدان الکترومغناطیسی یک لیزر به راحتی می‌تواند محیط پلازما را تحریک کند و بنابراین قطعاً درهم‌تنیدگی را تحت تاثیر قرار می‌دهد. این مورد برای اولین بار برای پلاسمای کوانتومی گرم در مقاله (روزه دار مقدم^۴، ۲۰۲۰) بررسی شده است. یکی از بهترین راه‌های نشان دادن درهم‌تنیدگی در فرآیند پراکندگی عمومی است. در حقیقت، این کار ممکن است فرآیندهای پراکندگی را در محدوده الکترون-الکترون یا اتم-الکترون تا در میان هسته یا عناصر اصلی را پوشش دهد. در این مقاله، مساله برای پلاسمای نیمه کلاسیکی برای برخورد الکترون-الکترون که جفت شدگی قوی دارند با در نظر گرفتن اثر میدان الکترومغناطیسی لیزر حل شده و نشان داده شده است که این میدان می‌تواند تحت شرایطی باعث تقویت درهم‌تنیدگی شود.

معادله شرودینگر حالت ایستا با در نظر گرفتن اثرات لیزر

۱. Hong

۲. Lee

۳. Falaye

۴. Roozehdar Mogaddam

پراکندگی دو ذره که هر ذره دارای دو تراز (پایه و برانگیخته) است را در چارچوب مکانیک کوانتومی غیر نسبیتی تحت میدان الکترومغناطیسی خارجی در نظر می‌گیریم. هامیلتونی کل سیستم برای دو ذره در سیستم مرکز جرم که دارای تابش میدان لیزر پرشدت و همینطور قطبش خطی است بدین صورت داده می‌شود (ساکورایی^۱، ۱۹۹۵):

$$\hat{H} = \frac{1}{2\mu} (p + e\mathbf{A}(\mathbf{r}, t))^2 - e\phi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \quad (۱)$$

که $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ و $\phi(\mathbf{r}, t)$ به ترتیب پتانسیل برداری و اسکالر باریکه لیزری هستند که تحت تبدیلات پیمانه‌ای ناورد هستند. μ و $V(\mathbf{r})$ جرم موثر (جرم کاهش یافته) و پتانسیل انرژی بین ذرات است. پتانسیل انرژی بین ذرات را متقارن کروی در نظر می‌گیریم. برای استخراج معادله حرکت برای دو ذره که بین آنها پتانسیلی برقرار است و همینطور تابش لیزر نیز وجود دارد از حل معادله موج شرودینگر وابسته به زمان $i\hbar \partial \psi(\mathbf{r}, t) / \partial t = \hat{H} \psi(\mathbf{r}, t)$ استفاده می‌کنیم که هامیلتونی توسط معادله داده می‌شود. بنابراین داریم:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 - i\hbar \frac{e}{2\mu} (\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla + \nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)) + \frac{e^2}{2\mu} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)^2 - e\phi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}, t) \quad (۲)$$

پیمانه کولمبی را در نظر می‌گیریم بدین معنی که $\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0$ و همینطور $\phi(\mathbf{r}, t) = 0$ است. برای ساده‌سازی روابط تبدیلات پیمانه‌ای را در چارچوب تقریب دو قطبی در نظر می‌گیریم. در این تقریب، اتم‌ها در مکان $\mathbf{r}_0$ ثابت نگه داشته می‌شوند و پتانسیل برداری را می‌توان بصورت $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \approx \mathbf{A}(t)$ تقریب زد. جمله $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)^2$ برای میدان‌های خیلی قوی مقدار قابل توجهی دارد و در حالت کلی اندازه بسیار کمی دارد و می‌توان از آن بوسیله بسط فاکتور فاز وابسته زمانی در تابع موج صرف نظر کرد (بارنت^۲، ۱۹۹۳):

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \exp \left[\frac{ie^2}{2\mu\hbar} \int_{-\infty}^t \mathbf{A}(t')^2 dt' \right] \psi(\mathbf{r}, t) \quad (۳)$$

حال نیاز به محاسبه پیمانه سرعت داریم. با جایگذاری (۳) در (۲) می‌توان نوشت:

۱. Sakurai

۲. Burnett

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 - i\hbar \frac{e}{\mu} \mathbf{A}(t) \cdot \nabla + V(\mathbf{r}) \right] \varphi(\mathbf{r}, t) \quad (۴)$$

در ادامه برای پیدا کردن تابع حالت سیستم ترکیبی از دو ذره توسط میدان لیزر فرکانس بالا و پر شدت معادله (۴) را به چارچوب شتابدار کرامرز-هنبرگر^۱ (هنبرگر^۱، ۱۹۶۸) K-H می‌بریم. تابع موج در چارچوب K-H با تبدیلات یکانی زیر رابطه دارد (رید^۲، ۱۹۹۰):

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = U^\dagger \varphi(\mathbf{r}, t) \quad (۵)$$

که $U = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \xi(t) \cdot \mathbf{p}\right)$ تحول یکانی مکان برای ذرات است که $\xi(t) = \frac{e}{\mu} \int^t \mathbf{A}(t') dt'$ تحول در چارچوب مرجع شتابدار را توضیح می‌دهد. این جمله در واقع همتای تحول کلاسیکی بلاک-نوردسیک (شوکلای^۳، ۲۰۱۵) در فرمالیسم میدان کوانتا است، پس $\mathbf{A}(t) \cdot \nabla$ در پیمانه سرعت حذف می‌شود. بطور صریح خواهیم داشت:

$$i\hbar U^\dagger \frac{\partial}{\partial t} U \Psi(\mathbf{r}, t) = U^\dagger \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 - i\hbar \frac{e}{\mu} \mathbf{A}(t) \cdot \nabla + V(\mathbf{r}) \right] U \Psi(\mathbf{r}, t) \quad (۶)$$

جمله $U^\dagger V(\mathbf{r}) U$ تحولی بدین صورت دارد:

$$\begin{aligned} U^\dagger V(\mathbf{r}) U &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \xi(t) \cdot \mathbf{p}\right) V(\mathbf{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \xi(t) \cdot \mathbf{p}\right) \\ &= V(\mathbf{r}) + [\xi(t) \cdot \nabla] V(\mathbf{r}) + \frac{1}{2!} [\xi(t) \cdot \nabla]^2 V(\mathbf{r}) + \dots \\ &= V(\mathbf{r} + \xi(t)) \end{aligned} \quad (۷)$$

که $\xi(t)$ جابه‌جایی الکترون تحت تاثیر میدان لیزر تابشی است. از معادله (۷) در (۶) استفاده می‌کنیم و داریم:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(\mathbf{r} + \xi(t)) \right] \Psi(\mathbf{r}, t) \quad (۸)$$

۱. Henneberger

۲. Reed

۳. Shukla

معادله (۸) نیز نوعی از معادله وابسته به زمان معادله شرودینگر با جابه‌جایی $\xi(t)$ در پتانسیل در محدوده برهمکنش سیستم اتمی با لیزر اتمی است. حال، با در نظر گرفتن شرایط میدان ایستا، پتانسیل برداری حالتی به فرم $A(t) = E_0 \omega^{-1} \cos(\omega t)$ با $\xi(t) = \xi_0 \sin(\omega t)$ که $\xi_0 = eE_0 / \mu\omega^2$ دامنه نوسان الکترون آزاد (بی بعد) در میدان، E_0 دامنه قدرت میدان الکترومغناطیسی و ω فرکانس زاویه‌ای است. حال ما پالس میدان الکتریکی با دامنه ایستا را در نظر می‌گیریم، تابع موج در چارچوب K-H فرم فلوگت بدین صورت دارد (بارنت، ۱۹۹۳):

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{-\frac{iE_{KH}t}{\hbar}} \sum_n \Psi_n^m(\mathbf{r}) e^{-in\omega t} \quad (9)$$

که انرژی گاوسی فلوگت به صورت E_{KH} است. پتانسیل چارچوب K-H سری فوریه‌ای بدین صورت است (یاشیلگول^۱، ۲۰۱۲):

$$V(\mathbf{r} + \xi(t)) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} V_m(\xi_0, r) e^{-im\omega t} \quad (10)$$

$$V_m(\xi_0, r) = \frac{i^m}{\pi} \int_{-1}^{+1} V_m(r + \xi_0 \rho) \frac{T_n(\rho)}{\sqrt{1-\rho^2}} d\rho \quad (11)$$

که دارای دامنه تناوب $2\pi/\omega$ است و فرم تحول جدیدی به صورت $\rho = \sin(\omega t)$ دارد در حالی که $T_n(\rho)$ چندجمله‌ای چیشف (آرفکن^۲، ۱۹۷۲) است. با جایگذاری معادله (۹)، (۱۰) و (۱۱) در (۸) به مجموعه‌ای از معادله دیفرانسیلی جفت شده می‌رسیم:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V_m(\xi_0, r) - (E_{KH} + n\hbar\omega) \right] \Psi_k^m(\mathbf{r}) = - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} V_{n-m} \Psi_k^m(\mathbf{r}) \quad (12)$$

با جایگذاری مرتبه پایین تقریب ($n=0$) و شرط حد فرکانس بالا (V_m برای $m \neq 0$) از بین می‌رود. پس معادله (۱۲) بدین صورت می‌شود:

۱. Yesilgul

۲. Arfken

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V_0(\xi_0, r) - E_{KH} \right] \Psi_k^0(\mathbf{r}) = 0 \quad (13)$$

که $V_0(\xi_0, r)$ با استفاده از بسط فوریه ضرایبی به صورت زیر دارد:

$$V_0(\xi_0, r) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} V(r + \xi_0 \rho) \frac{d\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} \quad (14)$$

با بکارگیری تقریب اهلوتزکی (اهلوتزکی^۱، ۱۹۸۵) داریم:

$$V(r + \xi_0 \rho) + V(r - \xi_0 \rho) \approx V(r + \xi_0) + V(r - \xi_0) \quad (15)$$

با استفاده از تحول انتگرال (۱۴) داریم:

$$V_0(\xi_0, r) = \frac{1}{2} [V(r + \xi_0) + V(r - \xi_0)] \quad (16)$$

معادله (۱۶) بسط تقریب مدل میدان لیزر است. حال ما می‌توانیم معادله شرودینگر حالت ایستا بوسیله در نظر گرفتن اثرات لیزر برای پتانسیل $V(r)$ داریم:

$$(\nabla^2 + k^2) \Psi_k^0(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{\hbar^2} [V(r + \xi_0) + V(r - \xi_0)] \Psi_k^0(\mathbf{r}) \quad (17)$$

که $k = \sqrt{2\mu E_{KH} / \hbar^2}$ عدد موج است. معادله (۱۷) حرکت دو ذره متقارن را در میدان لیزر پر شدت با قطبش خطی را نشان می‌دهد.

درهم‌تنیدگی در حضور لیزر برای فرآیند پراکندگی کشسان

ابتدا یک سیستم دو قسمتی را که می‌تواند دو ذره باشد را در فرآیند پراکندگی در چارچوب مکانیک کوانتومی غیر نسبیتی در نظر می‌گیریم. در این حالت، هامیلتونی کل سیستم مرکب از دو ذره در حضور بصورت معادله (۱) شرح داده می‌شود. به استثنای تابع انرژی پتانسیل که بیان‌کننده حالت‌های جداپذیر است، درهم‌تنیدگی بین دو سیستم جداپذیر تحت تاثیر طبیعت تابع انرژی پتانسیل است که تحول یکانی کل نمی‌تواند بوسیله تانسور ضرب

۱. Ehloltzky

$U_1(\mathbf{r}_1) \otimes U_2(\mathbf{r}_2)$ شرح داده شود که $U_i(\mathbf{r}_i)$ تحول یکانی موضعی برای ذره i است.

تابع موج کل ایستایی که از معادله (۱۷) پیروی می‌کند بدین صورت است:

$$\Psi_k^0(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-i\left(\frac{\mathbf{P}_R^2}{2M} + E_{KH}\right)t\right) \exp(i\mathbf{P}_R \cdot \mathbf{R}) \Psi_k^0(\mathbf{r}) \quad (18)$$

که E_{KH} از رابطه (۱۳) بدست می‌آید. ذره هدف را در حالت بیشینه درهم‌تنیده در مختصات EPR نیز به صورت زیر تعریف می‌شود (میشیما^۱، ۲۰۰۴):

$$\psi_e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2) \quad (19)$$

همانطور که گفته شد انرژی پتانسیل بین دو ذره، متقارن کروی فرض می‌شود. همچنین بدون اینکه عمومیت مسئله را از دست بدهیم فرض می‌کنیم که بردارهای $\mathbf{r}_1$ و $\mathbf{r}_2$ در موقعیت صفحه $x-y$ در چارچوب آزمایشگاه باشد پس، پایداری درهم‌تندگی در مختصات داخلی $\mathbf{r}$ و $\mathbf{R}$ بدین صورت تعریف می‌شود (میشما، ۲۰۰۴):

$$f_k(t) = \left| \langle \psi_e(\mathbf{R}, \mathbf{r}) | \Psi_k^0(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) \rangle \right|^2 \quad (20)$$

همانطور که می‌دانیم میزان درهم‌تندگی تحت تبدیلات یکانی موضعی ناورداست و بنابراین تحت چنین تبدیلاتی حالت با بیشینه درهم‌تندگی به یک حالت بیشینه درهم‌تنیده دیگر تبدیل می‌شود. شایان ذکر است که در سیستم‌های با بعد متناهی، اگر در تعریف معادله (۳-۲۰)، بیشینه‌گیری بر روی تمامی زوج‌های EPR (که همگی با یک تبدیل یکانی موضعی به هم مرتبط می‌شوند) انجام شود، کمیتی حاصل می‌شود که به آن کسر کاملاً درهم‌تنیده گویند (بنت^۲، ۱۹۹۶). نشان داده شده است که کسر کاملاً درهم‌تنیده در تعیین پایداری دوربری کوانتومی و نیز حد پایین درهم‌تندگی تشکیل یک سیستم دو کیوبیتی نقش مهمی بازی می‌کند.

۱. Mishima

۲. Bennett

کند (هودوروکی^۱، ۱۹۹۹). با جایگذاری معادلات (۱۸) و (۱۹) در معادله (۲۰) پابندی درهم-تندگی بدین صورت بدست می آید (میشیما، ۲۰۰۴):

$$f_k \propto \left| \int d^3r \psi_k^{(+)}(\mathbf{r}) \right|^2 \quad (21)$$

که $\psi_k^{(+)}(\mathbf{r})$ تابع موج خروجی نهایی با تکانه مشخصه $\mathbf{k}$ است. برای سادگی فرض می‌کنیم که $\mathbf{P}_R = 0$ باشد (مرکز جرم در مختصات آزمایشگاه ثابت است) و پراکندگی کشسان باشد. این شرایط شبیه آزمایش اصلی EPR با اعمال برخورد کشسان است. در نتیجه می‌توان گفت که پابندی درهم‌تندگی تنها بوسیله تابع موج حالت نهایی $\psi_k^{(+)}(\mathbf{r})$ در مختصات نسبی (یا داخلی) تعیین می‌شود. حال فرض می‌کنیم که فرآیند پراکندگی با حالت اولیه‌ای بدین صورت تعریف می‌شود:

$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t = -\infty) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \exp(ik_1 z_1) \exp(ik_2 z_2) \Big|_{k_1=k, k_2=-k} \quad (22)$$

چون تکانه خطی ذره ۱ و ۲ بعد از برخورد با بزرگی یکسان و در جهت‌های مخالف نسبت به هم است $\mathbf{P}_R = 0$ می‌شود و سیستم مرکز جرم ثابت می‌ماند. ذکر این نکته ضروریست که حالت اولیه معمولاً درهم‌تنیده نیست، به عبارت دیگر جداپذیر است که این مورد به وضوح در معادله (۲۲) دیده می‌شود. سپس از بسط موج جزئی $\psi_k^{(+)}(\mathbf{r})$ که بصورت (میشیما، ۲۰۰۴)

$$\psi_k^{(+)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) C_{l,k} R_{l,k}^{(+)}(r) P_l(\cos \theta) \quad (23)$$

داده می‌شود استفاده می‌کنیم. عناصر رابطه فوق با روابط زیر توضیح داده می‌شود:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r + \xi_0) + V(r - \xi_0) + k^2 \right] u_{l,k}^{(+)}(r) = 0 \quad (24)$$

$$E_k = \frac{k^2}{2\mu} \quad (25)$$

$$U(r) = \frac{V(r + \xi_0) + V(r - \xi_0)}{2\mu} \quad (26)$$

$$u_{l,k}^{(+)}(r) = r R_{l,k}^{(+)}(r) \quad (27)$$

و

$$C_{l,k}(k) = (2\pi)^{-3/2} \left[1 + ik \int_0^\infty dr' r'^2 (V(r' + \xi_0) + V(r' - \xi_0)) j_l(kr') R_{l,k}^{(+)}(r') \right]^{-1} \quad (28)$$

جواب معادله (۲۴) بدین صورت است:

$$R_{l,k}^{(+)}(r) = j_l(kr) + k \int_0^\infty dr' r'^2 j_l(kr'_<) n_l(kr'_>) (V(r' + \xi_0) + V(r' - \xi_0)) R_{l,k}^{(+)}(r') \quad (29)$$

که

$$r'_< = r \quad \text{and} \quad r'_> = r' \quad \text{if} \quad r' > r \quad (30)$$

$$r'_< = r' \quad \text{and} \quad r'_> = r \quad \text{if} \quad r > r' \quad (31)$$

با جایگذاری معادلات (۲۸) و (۲۹) در معادله (۲۱) داریم:

$$f_k \propto |C_{0,k}|^2 \left| \int dr r^2 R_{0,k}^{(+)}(r) \right|^2 = \frac{\left| \int dr r^2 R_{0,k}^{(+)}(r) \right|^2}{1 + \left\{ \int_0^\infty \sin(kr') (V(r' + \xi_0) + V(r' - \xi_0)) R_{l,k}^{(+)}(r') r' dr' \right\}^2} \quad (32)$$

که نشان می‌دهد استفاده از تابع موج جزئی که به صورت (۲۳) تعریف شد باعث می‌شود فقط موج جزئی $l = 0$ که S -موج نامیده می‌شود برای پابندی درهم‌تیدگی f_k بماند. در معادله (۳۲) عامل زوال و از بین رفتن پابندی درهم‌تیدگی جمله

$$\left\{ \int_0^\infty \sin(kr') (V(r' + \xi_0) + V(r' - \xi_0)) R_{l,k}^{(+)}(r') r' dr' \right\}^2$$

است که نتیجه جابه‌جایی

فاز بوسیله سطح انرژی پتانسیل است. ذکر این نکته ضروری است که پابندی درهم‌تیدگی

بطور واضح به $\left| \int dr r^2 R_{0,k}^{(+)}(r) \right|^2$ وابسته است. به سادگی می‌توان فهمید اگر تابع موج شعاعی خروجی $R_{0,k}^{(+)}(r)$ نوساناتی در نزدیکی سطح انرژی پتانسیل با اندازه‌های قابل توجهی داشته باشد، $\left| \int dr r^2 R_{0,k}^{(+)}(r) \right|^2$ بسیار کوچک خواهد شد و تابع داخل انتگرال به سمت صفر میل می‌کند. البته این رفتار نتیجه شکل سطح انرژی پتانسیل است. با معادله (۳۲) به این نتیجه می‌رسیم که انرژی ذره هدف کم مطلوب‌تر از انرژی ذره هدف زیاد است. برای $0 \rightarrow 0$ (وقتی از اثرات لیزر چشم پوشی می‌کنیم) معادله (۳۲) به معادله‌ای که در مرجع (جونگ، ۲۰۰۵) وجود دارد، کاهش می‌یابد. در حالت خاص که انرژی ذره هدف بسیار کم است، ما می‌توانیم تنها از $-S$ موج استفاده کنیم و رابطه (۳۲) بدین صورت بدست می‌آید:

$$f_k \propto |C_{0,k}|^2 \left| \int dr r^2 R_{0,k}^{(+)}(r) \right|^2 = \frac{\left| \int dr r^2 R_{0,k}^{(+)}(r) \right|^2}{\int dr r^2 |R_{0,k}^{(+)}(r)|^2} \quad (۳۳)$$

مزیت استفاده از معادله (۳۳) در این است که در آن نیاز به نرمالیزه کردن تابع موج نیست.

پتانسیل پلاسمای نیمه کلاسیکی با جفت شدگی قوی

اخیرا فرم صریحی از مدل pseudopotential موثر برای ذرات برهمکنشی در پلاسمای نیمه کلاسیکی با جفت شدگی قوی که شامل اثرات حفاظسازی و مکانیک کوانتومی است بر اساس آنالیز تابع پاسخ دی الکتریک بدست آورده شده است. با استفاده از این مدل، پتانسیل برهمکنشی V^{SCSP} در پلاسمای نیمه کلاسیکی با جفت شدگی قوی الکترون-یون (Ze) بدین صورت داده می‌شود:

$$V^{SCSP}(r, \lambda, \Lambda) = \frac{Ze^2}{\sqrt{1-4\lambda^2/\Lambda^2}} \left[\frac{e^{-A(\lambda, \Lambda)r}}{r} - \frac{e^{-B(\lambda, \Lambda)r}}{r} \right] \quad (۳۴)$$

که $\lambda = \hbar / \sqrt{2\pi\mu k_B T}$ طول موج حرارتی، k_B ثابت بولتزمن، T دمای پلاسما، Λ طول دبای و همچنین:

$$A^2 = \left(1 - \sqrt{1 - 4\lambda^2 / \Lambda^2}\right) / 2\lambda^2 \quad B^2 = \left(1 + \sqrt{1 - 4\lambda^2 / \Lambda^2}\right) / 2\lambda^2 \quad (۳۵)$$

است. دامنه اعتبار پتانسیل فوق برای $2\lambda < \Lambda$ ، به عبارت دیگر رژیم پلاسمای تبهگن ضعیف است. همینطور چون پتانسیل پلاسمایی دارای جفت‌شدگی قوی است باید برای آن $\Gamma = (Ze)^2 / ak_B T > 1$ باشد که a فاصله میانگین بین ذرات است. شرط آخر برای پتانسیل فوق این است که پارامتر تبهگن $\theta = [k_B T / E_F] > 1$ باشد که در آن E_F انرژی فرمی است. در این پلاسما محدوده چگالی عددی و دما به ترتیب در بازه $10^{20} - 10^{24} \text{ cm}^{-3}$ و $10^3 - 10^7 \text{ K}$ است (رمضانوف^۱، ۲۰۰۵).

تأثیر لیزر بر پابندی درهم‌تندگی برای برخورد کشان در پلاسمای نیمه کلاسیکی

با استفاده از پتانسیل برهمکنشی برای پلاسمای نیمه کلاسیکی یعنی معادله (۳۴)، پابندی درهم‌تندگی نسبی $R_F = f_k^{SCSP} / f_k^{Coul}$ برای برهمکنش الکترون-یون بدین صورت محاسبه می‌شود:

$$R(k, \lambda, \Lambda) = \frac{1 + \left| -\frac{2\mu k Z e^2}{\hbar^2} \int_0^\infty dr r \frac{\sin(kr)}{kr} \right|^2}{1 + \left| \frac{\mu}{\hbar^2} \int_0^\infty dr r [V^{SCSP}(r + \xi_0, \lambda, \Lambda) + V^{SCSP}(r - \xi_0, \lambda, \Lambda)] \sin(kr) \right|^2} \quad (۳۶)$$

با جایگذاری پتانسیل پلاسمای نیمه کلاسیکی از (۳۴) داریم:

$$R(k, \lambda, \Lambda) = \frac{1 + \left| -\frac{2\mu Ze^2}{\hbar^2} \int_0^\infty dr r \frac{\sin(kr)}{kr} \right|^2}{1 + \left| \frac{\mu Ze^2}{\hbar^2 \sqrt{1 - 4\lambda^2 / \Lambda^2}} \int_0^\infty dr \left[\sum_{n=A, B} \frac{r}{r + \xi_0} e^{-n(r + \xi_0)} - \frac{r}{r - \xi_0} e^{-n(r - \xi_0)} \right] \sin(kr) \right|^2} \quad (37)$$

برای حل انتگرال با استفاده از پیوستی که در انتهای مقاله آورده شده است داریم:

$$\int_0^\infty dr \frac{r}{r + \xi_0} e^{-\eta(r + \xi_0)} \sin(kr) = \text{Im} \left\{ e^{-ik\xi_0} \left[\frac{\Gamma(1, (\eta - ik)\xi_0)}{\eta - ik} - \xi_0 Ei(1, (\eta - ik)\xi_0) \right] \right\} \quad (38)$$

$$\int_0^\infty dr \frac{r}{r - \xi_0} e^{-\eta(r - \xi_0)} \sin(kr) = \text{Im} \left\{ e^{ik\xi_0} \left[\frac{\Gamma(1, (ik - \eta)\xi_0)}{\eta - ik} + \xi_0 Ei(1, (ik - \eta)\xi_0) \right] \right\} \quad (39)$$

که در آن از تعریف تابع شناخته شده گامای ناقص

$$\text{Re}(a) > 0 \quad \Gamma(a, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{a-1} dt \quad (40)$$

و تابع شناخته شده انتگرال نمایی

$$Ei(1, x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (41)$$

استفاده شده است.

یافته های تحقیق

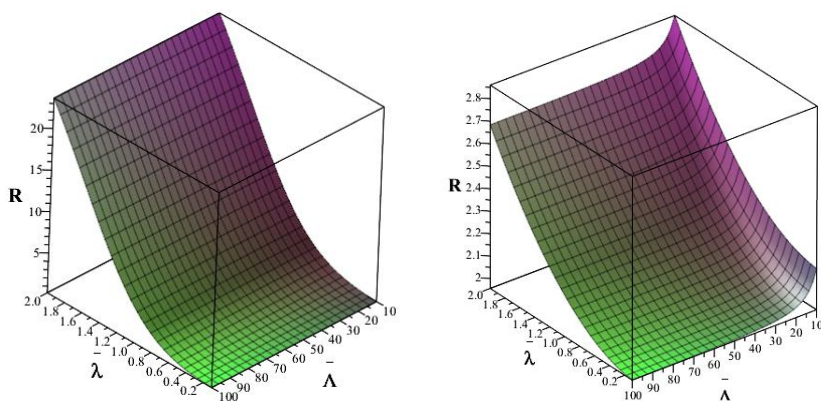
طول موج حرارتی و طول موج دوبروی کمیاتی از بعد طول می باشند. اگر a_0 شعاع بوهر و Z بار هسته باشد آنگاه می توان پارامترهای طول موج دوبروی و حرارتی را به ترتیب به صورت $\bar{\lambda} = \lambda / a_Z$ و $\bar{\Lambda} = \Lambda / a_Z$ بی بعد کرد که در آنها $a_Z = a_0 / Z$ است. انرژی

پرتابه نیز بصورت $\bar{E} = E / Z^2 R_y$ بی بعد می شود که $R_y = \frac{m_e e^4}{2\hbar^2}$ ثابت ریدبرگ است.

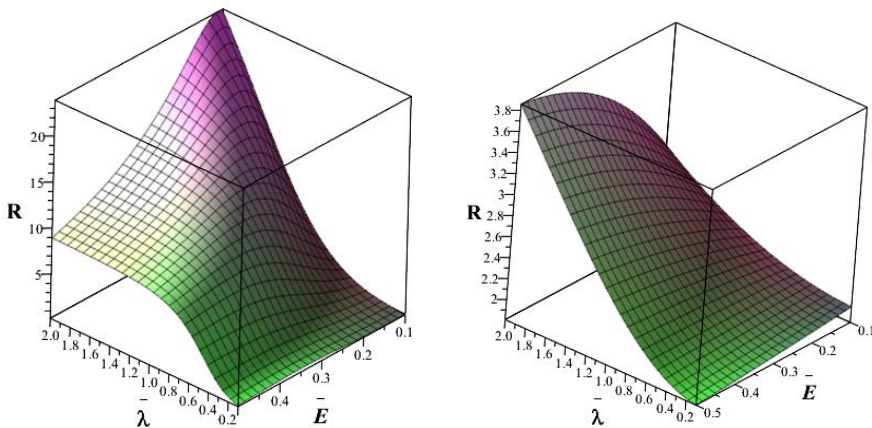
حال به به بررسی نتایج عددی می پردازیم.

شکل (۱) نسبت پایبندی درهم تنیدگی برای پراکندگی کشسان در پلاسمای نیمه کلاسیکی با جفت شدگی قوی را بر پتانسیل کولمبی را بصورت تابعی از طول موج دوبروی $\bar{\lambda}$ و طول

موج حرارتی بی بعد شده $\bar{\Lambda}$ نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که اثرات کوانتومی به طور قابل توجهی پایبندی درهم‌تندگی را در پلاسمای نیمه کلاسیک با جفت‌شدگی قوی افزایش می‌دهد و همینطور مهمتر و قابل توجه‌تر از اثر حفاظ‌گذاری است. لیزری با فرکانس $\omega = 4.81 \times 10^7 \text{ Hz}$ و $I = 150 \text{ W / m}^2$ می‌تواند دامنه نوسانات $\xi_0 = 0.025$ را ایجاد کند. قدرت لیزر کاملاً مشهود است و درهم‌تندگی به شدت افزایش یافته است. شکل (۲) نسبت پایبندی درهم‌تندگی را بر حسب طول موج حرارتی بی بعد شده $\bar{\Lambda}$ و انرژی پرتابه بدون بعد $\bar{E}$ نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که اثرات مکانیک کوانتومی با افزایش انرژی پرتابه کاهش پیدا می‌کند. همینطور این شکل نشان می‌دهد که افزایش پارامتر جفت‌شدگی، پایبندی درهم‌تندگی را به طور قابل توجهی افزایش می‌دهد. بیشینه مقدار پایبندی با افزایش مقدار انرژی برخوردی افزایش می‌یابد، بدین معنی که پایبندی درهم‌تندگی بین ذرات سیستم با افزایش انرژی برخوردی کاهش می‌یابد. این نتایج اطلاعات مهمی را بر روی پایبندی درهم‌تندگی برای پراکندگی کشسان الکترون-یون در اختیار می‌گذارد.

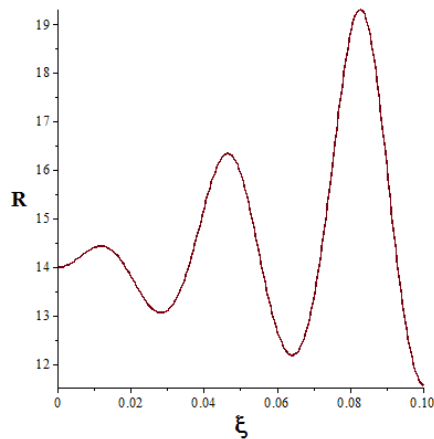


شکل (۱): نسبت پایبندی درهم‌تندگی بر حسب طول موج حرارتی و طول دمای بی بعد شده در حضور لیزری با شدت $\xi_0 = 0.025$ (سمت راست) و بدون حضور لیزر (سمت چپ)



شکل (۲): نسبت پایداری درهم تنیدگی بر حسب طول موج حرارتی و انرژی پرتابه بی بعد شده در حضور لیزری با شدت $\xi_0 = 0.025$ (سمت راست) و بدون حضور لیزر (سمت چپ)

دامنه نوسان الکترون آزاد در میدان اعمالی $\xi_0 = eE_0 / \mu\omega^2$ پارامتر مهمی است. واضح است که ξ_0 با افزایش میدان اعمالی افزایش یافته و با افزایش فرکانس کاهش می‌یابد. برای فهمیدن تاثیر ξ_0 بر روی پایداری درهم تنیدگی نسبی R ، شکل (۳) رسم شده است.



شکل (۳): نسبت پایداری درهم تنیدگی بر حسب دامنه نوسان الکترون آزاد در حالتی که $\bar{\lambda} = 1.5$ ، $\bar{\Lambda} = 100$ و $\bar{E} = 0.1$.

شکل (۳) نشان می‌دهد که پایداری درهم تنیدگی تا یک مقدار بیشینه افزایش یافته و بعد از آن سریعاً افت پیدا می‌کند. تغییرات R بر حسب ξ_0 قابل توجه است، به عبارتی به ازای مقادیری خاص می‌توان درهم تنیدگی را به شدت افزایش داد.

نتیجه گیری

کاربردهای دفاعی لیزرها از بدیهیات صنعت دفاعی است. در لیزرها درهم تنیدگی از مباحث مهم به شمار می‌رود. پراکندگی دو ذره باردار از هم می‌تواند درهم تنیدگی ایجاد کند. عامل این درهم تنیدگی پتانسیل برهم‌کنشی بین این دو ذره است. پراکندگی دو ذره باردار از هم در صورتی که یک ذره در محیط پلاسمای نیمه کلاسیکی قرار داده شده است بررسی شد. از پارامترهای مهم در پتانسیل پلاسمای نیمه کلاسیکی طول دبای $\bar{\lambda}_D$ است. تاثیر این پارامتر در شکل‌های (۱) و (۲) آورده شده است. این شکل‌ها نشان می‌دهد با افزایش $\bar{\lambda}_D$ پایداری درهم تنیدگی کاهش می‌یابد. اگر فاصله بین ذرات از طول دبای کمتر باشد، فاصله حفاظ‌سازی طولانی می‌شود، پس اثر پایداری درهم تنیدگی در فاصله طولانی کاهش می‌یابد. در این پتانسیل پارامتر حرارت با طول موج حرارتی شناخته می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که وابستگی به حرارت کم است اما در هر حال با افزایش حرارت، درهم تنیدگی سیستم رو به تحلیل می‌رود. افزایش انرژی پرتابه همواره باعث کاهش درهم تنیدگی می‌گردد که این مورد در شکل (۲) مشهود است. تاثیرات دامنه نوسان الکترون آزاد بر روی درهم تنیدگی پیچیده است و الزاماً هر افزایشی در این پارامتر منجر به افزایش درهم تنیدگی نمی‌گردد و به ازای یک سری از مقادیر می‌توان درهم تنیدگی را افزایش داده یا حفظ کرد.

پیوست

برای حل حل انتگرال به فرم $\int_0^\infty \frac{r}{r \pm \varepsilon} e^{-\eta(r \pm \varepsilon)} \sin(qr) dr$ ابتدا تغییر متغیر $x = r \pm \varepsilon$ و بدیهی است $dx = dr$ را وارد می‌کنیم:

$$\int_0^\infty \frac{r}{r \pm \varepsilon} e^{-\eta(r \pm \varepsilon)} \sin(qr) dr = \int_x^\infty \frac{x \mp \varepsilon}{x} e^{-\eta x} \sin[q(x \mp \varepsilon)] dx \quad (\text{پ-۱})$$

با استفاده از $\sin \theta = \text{Im}(e^{i\theta})$ و جایگذاری آن در رابطه (پ-۱) داریم:

$$\int_x^\infty \frac{x \mp \varepsilon}{x} e^{-\eta x} \sin[q(x \mp \varepsilon)] dx = \text{Im} \left\{ e^{-iq\varepsilon} \int_x^\infty \left(1 \mp \frac{\varepsilon}{x}\right) e^{-(\eta+iq)x} dx \right\} \quad (\text{پ-۲})$$

با استفاده از تعریف تابع شناخته شده گامای ناقص

$$\Gamma(a, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{a-1} dt \quad \text{with} \quad \text{Re}(a) > 0 \quad (\text{پ-۳})$$

و تابع شناخته شده انتگرال نمایی

$$Ei(1, x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (\text{پ-۴})$$

می توان نوشت:

$$\int_0^\infty \frac{r}{r \pm \varepsilon} e^{-\eta(r \pm \varepsilon)} \sin(qr) dr = \text{Im} \left\{ e^{\mp i k \varepsilon} \left[\frac{\Gamma(1, \pm(\eta - iq)\varepsilon)}{\eta - iq} \mp \varepsilon Ei(1, \pm(\eta - iq)\varepsilon) \right] \right\} \quad (\text{پ-۵})$$

با اینکه $\Gamma(1, x)$ دارای مقدار دقیق است اما در مورد $Ei(1, x)$ اینطور نیست. پس هنوز هم جواب تحلیلی برای انتگرال بدست نیاورده ایم اما خوشبختانه توابع گامای ناقص و تابع انتگرال نمایی دارای جدول مقادیر بوده و همینطور برای کدهای برنامه نویسی مانند Maple و Mathematica شناخته شده هستند، بنابراین می توان مقدار انتگرال را حساب کرد.

فهرست منابع

- Arfken, G. B., & Weber, H. J. (1972). "Mathematical methods for physicists" CRC Press.
- Bennett, C. H., DiVincenzo, D. P., Smolin, J. A., & Wootters, W. K. (1996). "Mixed-state entanglement and quantum error correction" *Physical Review A*, **54** (5), 3824.
- Burnett, K., Reed, V. C., & Knight, P. L. (1993). "Atoms in ultra-intense laser fields" *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, **26** (4), 561.
- Chang, D. M., & Jung, Y. D. (2005). "Collective and screening effects on entanglement fidelity in elastic collisions in nonideal plasmas" *Physica Scripta*, **72** (2-3), 234.

- Ehlotzky, F. (1985). "Scattering phenomena in strong radiation fields II" *Canadian journal of physics*, **63** (7), 907.
- Einstein, A., Podolsky, B., & Rosen, N. (1935). "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" *Physical review*, **47** (10), 777.
- Falaye, B. J., Oyewumi, K. J., Falaiye, O. A., Onate, C. A., Oluwadare, O. J., & Yahya, W. A. (2019). "Entanglement fidelity for electron-electron interaction in strongly coupled semiclassical plasma and under external fields" *Laser Physics Letters*, **16** (4), 045204.
- Henneberger, W. C. (1968). "Perturbation method for atoms in intense light beams" *Physical Review Letters*, **21** (12), 838.
- Hong, W. P., & Jung, Y. D. (2014). "Electron-exchange and quantum screening effects on the collisional entanglement fidelity in degenerate quantum plasmas" *Physica Scripta*, **89** (6), 065601.
- Horodecki, M., Horodecki, P., & Horodecki, R. (1999). "General teleportation channel, singlet fraction, and quasidistillation" *Physical Review A*, **60** (3), 1888.
- Jung, Y. D., & Kato, D. (2008). "Quantum effects on the entanglement fidelity in elastic scatterings in strongly coupled semiclassical plasmas" *Physics of Plasmas*, **15** (10), 104503.
- Jung, Y. D. (2011). "Plasmon effects on the entanglement fidelity for elastic collisions in hot quantum plasmas" *Physics of Plasmas*, **18** (11), 114503.
- Jung, Y. D., & Hong, W. P. (2012). "Influence of the ion wake-field on the collisional entanglement fidelity in complex dusty plasmas" *Physics of Plasmas*, **19** (3), 034502.
- Ki, D. H., & Jung, Y. D. (2011). "Friedel Screening Effects on the Entanglement Fidelity for Elastic Collisions in Degenerate Quantum Plasmas" *Journal of the Physical Society of Japan*, **80** (8), 083501.
- Lee, M. J., & Jung, Y. D. (2017). "Collisional entanglement fidelities in quantum plasmas including strong quantum recoil and oscillation effects" *The European Physical Journal Plus*, **132** (10), 442.
- Mishima, K., Hayashi, M., & Lin, S. H. (2004). "Entanglement in scattering processes" *Physics Letters A*, **333** (5-6), 371.
- Nielsen, M. A., & Chuang, I. (2002). "Quantum computation and quantum information" Cambridge university press.
- Ramazanov, T. S., & Dzhumagulova, K. N. (2002). "Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma" *Physics of Plasmas*, **9** (9), 3758.
- Reed, V. C., & Burnett, K. (1990). "Ionization of atoms in intense laser pulses using the Kramers-Henneberger transformation" *Physical Review A*, **42** (5), 3152.

RoozehdarMogaddam, R., SepehriJavan, N., Javidan, K., & Mohammadzadeh, H. (2020). "Effects of high intensity Lasers on the Entanglement fidelity of quantum plasmas" *arXiv preprint arXiv:2001.05333*.

Sakurai, J. J., & Commins, E. D. (1995). "*Modern quantum mechanics*" revised edition. Cambridge university press.

Shin, D. S., & Jung, Y. D. (2008). "Nonthermal effects on the entanglement fidelity for elastic scatterings in Lorentzian plasmas" *Physics Letters A*, **372** (33), 5458.

Shukla, P. K., & Mamun, A. A. (2015). "*Introduction to dusty plasma physics*" CRC Press.

Yesilgul, U., Urgan, F., Kasapoglu, E., Sarı, H., & Sökmen, I. (2012). "Effects of an intense, high-frequency laser field on the binding energy of excitons confined in a GaInNAs/GaAs quantum well" *Physica B: Condensed Matter*, **407** (3), 528.