

چگالی تراز با لحاظ اثرات تجمعی در هسته های ^{238}U ، ^{232}Th ، ^{148}Sm

ابوالفضل آبیاری^۱

چکیده

چگالی تراز هسته‌ای برای هسته‌های ^{238}U ، ^{232}Th ، ^{148}Sm با استفاده از نظریه ابرسانا، با لحاظ برهمکنش جفت‌شدگی، محاسبه شده است. از طرفی اثرات تجمعی را نیز با مدل‌های پدیدارشناختی بدست آورده و با افزودن اثرات تجمعی به چگالی تراز حاصل از مدل میکروسکوپی چگالی تراز تئوری را محاسبه نموده‌ایم. نقش اثرات جمعی و محاسبه آن‌ها در به دست آوردن چگالی تراز تئوری که با چگالی تراز تجربی مطابقت دارد، بسیار مهم است. همچنین نتایج با داده‌های تجربی مقایسه شده و مطابقت خوبی با داده‌های تجربی دارد که نشان از اهمیت بالای اثرات تجمعی در محاسبه چگالی تراز تئوری را نشان می‌دهد. از طرفی اهمیت چگالی تراز در مباحث پراکندگی، برخورد‌ها، واکنش‌های هسته‌ای و انفجاری نیز بسیار با اهمیت است.

واژه‌های کلیدی: چگالی تراز، اثرات تجمعی، مدل BCS.

مقدمه

چگالی تراز هسته‌ای به صورت تعداد تراز در واحد انرژی بیان می‌شود. چگالی تراز هسته‌ای یک کمیت اساسی در تجزیه و تحلیل آماری هسته است به طوری که می‌توان بسیاری از کمیت‌های ترمودینامیکی را با استفاده از چگالی تراز محاسبه کرد. علاوه بر این، چگالی تراز هسته‌ای یک عامل تعیین کننده در تحلیل آماری واکنش‌های هسته‌ای است و نقش مهمی در محاسبه سطح مقطع دارد. همچنین، در مطالعات واکنش‌های هسته‌ای، از چگالی تراز در انرژی‌های برانگیختگی استفاده می‌شود که اطلاعات تراز گسسته ناقص یا در دسترس نیست

^۱ (ابوالفضل آبیاری): دانشجوی دکتری، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران. ایمیل: Abolfazl.abiyar71@gmail.com

[گورلی و همکاران^۱، ۲۰۰۸]. با محاسبه چگالی تراز می‌توانیم به سطح مقطع دقیقی از واکنش های هسته‌ای دست یابیم. همچنین اهمیت سطح مقطع در برخوردها و پراکندگی ذرات بسیار مهم است. از طرفی در واکنش‌ها از جمله واکنش‌های انفجاری و برخوردی که سطح مقطع و بحث واکنش‌ها مطرح می‌شود، می‌توان به اهمیت محاسبه چگالی تراز در مباحث نظامی نیز اشاره نمود. نیز یکی از محبوب‌ترین مدل‌ها، مدل ابررسانایی BCS است [باردین و همکاران^۲، ۱۹۵۷]. همبستگی‌های جفت‌شدگی نقش اساسی در بسیاری از سیستم‌های فرمیونی ایفا می‌کنند. در سیستم‌های هسته‌ای، همبستگی‌های جفت‌شدگی در انرژی‌های پایین نیز مهم است [گاترمسن و همکاران^۳، ۲۰۰۰]. همبستگی‌های جفت‌شدگی در مدل BCS، این مدل را یکی از موفق‌ترین مدل‌های آماری در محاسبه چگالی تراز هسته‌ای، قرار داده است. مدل BCS توسط باردین-کوپر-شریفر^۴ در توجیه رفتار ابررساناها در سال ۱۹۵۷ ارائه شده است. در این کار، محاسبه چگالی تراز هسته‌ای با مدل میکروسکوپی BCS برای هسته‌های ^{148}Sm ، ^{232}Th و ^{238}U با لحاظ اثرات تجمعی این هسته‌ها که شامل اثرات ارتعاشی و چرخشی نیز است، صورت گرفته و با چگالی تراز تجربی مقایسه می‌شود.

بیشینه تحقیق

اولین بار در سال ۱۹۳۶، هانس بیت^۵ به بررسی تئوری چگالی ترازهای هسته‌ای پرداخت. در محاسبات او هسته بصورت به صورت گازی متشکل از فرمیون‌های بدون برهمکنش که در مدارهای تک ذره‌ای با فاصله مساوی از هم قرار دارند، در نظر گرفته شده است. از مشخصه های مهم این سیستم وابستگی دمای ترمودینامیکی T به انرژی برانگیختگی U می‌باشد. مدل گاز فرمی بعدها با تعریف یک جابه‌جایی انرژی E_1 کامل‌تر شد. این پارامتر افزایش انرژی بستگی حالت پایه، در اثر جفت‌شدگی فرمیون‌ها را وارد می‌کند. این فرمول بندی از

^۱ Goriely

^۲ Bardeen

^۳ Guttormsen

^۴ Bardeen-Cooper-Schrieffer

^۵ Hans Bethe

مدل گاز فرمی را که تاکنون بسیار پرکاربرد بوده، فرمول گاز فرمی جابه‌جا شده^۱ می‌نامند [رحمتی‌نژاد، ۲۰۱۳: ۲۷۱].

روش تحقیق

چگالی تراز ذاتی

برای سیستمی متشکل از تعدادی پروتون و نوترون، انرژی‌ها و اسپین‌های تک ذره آن ابتدا با استفاده از پتانسیل نیلسون بدست آورده می‌شود. محاسبات بر اساس پتانسیل نوسانگر هارمونیک اصلاح شده با توجه به پتانسیل نیلسون انجام شده است [نیلسون^۲، ۱۹۵۵]. سپس این محاسبات به عنوان ورودی مدل BCS استفاده می‌شود. تابع پارتیشن یک سیستم دارای جفت‌شدگی در تقریب میدان میانگین به شکل زیر است [بهکامی^۳، ۱۹۷۳، ۷۸]:

$$\Omega(\alpha, \beta) = -\beta \sum_k (\epsilon_k - \lambda - E_k) + 2 \sum_k \ln(1 + \exp(-\beta E_k)) - \beta \frac{\Delta^2}{G} \quad (۱)$$

که در آن ϵ_k انرژی تک ذره‌ای، E_k انرژی تک ذره گوسی است، G میزان جفت‌شدگی، β معکوس دمای هسته آماری T است، λ مربوط به پتانسیل شیمیایی می‌باشد و Δ پارامتر گاف، که معیاری از همبستگی جفت‌شدگی است. پارامتر گاف Δ با حل معادله گاف به دست می‌آید [رضوی^۴، ۲۰۱۳]:

$$\frac{2}{G} = \sum_k \frac{1}{E_k} \tanh \frac{\beta E_k}{2} \quad (۲)$$

برای سیستمی از N نوکلئون

$$N = \sum_k n_k \quad (۳)$$

$$n_k = 1 - \frac{\epsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh \frac{\beta E_k}{2} \quad (۴)$$

انرژی کل بصورت:

$$E = \sum_k n_k E_k - \frac{\Delta^2}{G} \quad (۵)$$

7. BSFGM

8. Nilsson

9. Behkami

¹ Razavi

و آنتروپی توسط

$$S = 2 \sum_k \ln[1 + \exp(-\beta E_k)] + 2\beta \sum_k \frac{E_k}{1 + \exp(\beta E_k)} \quad (6)$$

در روش تابع پارتیشن، چگالی حالت با توجه به رابطه (۷) داده می‌شود:

$$\omega(N, E) = \frac{\exp(S)}{2\pi|D|^{1/2}} \quad (7)$$

که در آن D تعیین کننده مشتقات دوم تابع پارتیشن است.

چگالی تراز ذاتی توسط

$$\rho(N, Z, U) = \frac{\omega(N, Z, U)}{(2\pi\sigma)^{1/2}} \quad (8)$$

که در آن σ^2 پارامتر قطع اسپین است.

اثرات تجمعی

حرکت تجمعی هسته را می‌توان به دو نوع ارتعاش و چرخش تقسیم کرد. بنابراین اثرات تجمعی را برای هسته‌های ^{148}Sm ، ^{232}Th و ^{238}U محاسبه می‌کنیم. برای مقایسه چگالی تراز محاسبه شده با داده‌های تجربی، اثرات جمعی باید در نظر گرفته شود. یک بیان پدیدارشناختی وجود دارد که توسط ایگناتیاک [ایگناتیاک^۱، ۱۹۷۵] برای اثرات تجمعی به شکل حاصل ضرب ضرایب ارتعاشی و چرخشی معرفی شده است.

چگالی کل تراز هسته‌ای از دو بخش چگالی تراز ذاتی و اثرات تجمعی به دست می‌آید؛ چگالی تراز ذاتی در بخش ۱ بدست می‌آید.

$$\rho_{\text{tot}}(U) = \rho_i(U) K_{\text{coll}} \quad (9)$$

که $\rho_i(U)$ چگالی تراز ذاتی است [۱۱].

$$K_{\text{coll}} = K_{\text{rot}} K_{\text{vib}} \quad (10)$$

^۱ Ignatyuk

که K_{coll} اثرات تجمعی، K_{rot} و K_{vib} ضرایب ارتعاشی و چرخشی تجمعی هستند.

ضریب ارتعاشی برای هسته های کروی و تغییرشکل یافته به صورت رابطه (۱۱) تعریف می شود [۱۰].

$$K_{rot} = \begin{cases} 1. & \text{کروی هسته های} \\ \mathfrak{I}_{\perp} T. & \text{هسته های تغییرشکل یافته} \end{cases} \quad (11)$$

که $\mathfrak{I}_{\perp}$ اینرسی چرخشی هسته و T دمای هسته است.

همچنین $\mathfrak{I}_{\perp} = \mathfrak{I}_{r.b} f(\beta_2, \beta_4)$ ممان اینرسی نسبت به محور عمود بر محور تقارن است.

کجا $\mathfrak{I}_{r.b} = 0.4MR^2$ ممان اینرسی جسم صلب، M و R جرم و شعاع هسته، $R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$ و $R_0 = 1.25 \text{ fm}$ است.

$$f(\beta_2, \beta_4) = 1 + \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \beta_2 + \left(\frac{45}{28\pi}\right) \beta_2^2 + \left(\frac{15}{7\pi} \sqrt{5} \beta_2 \beta_4\right) \quad (12)$$

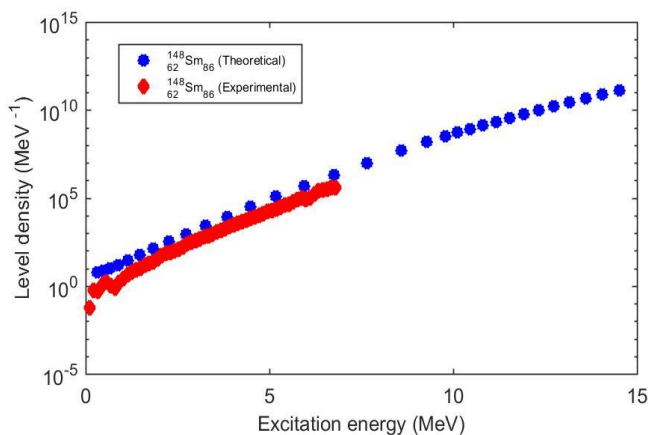
که در آن β_2 و β_4 پارامترهای تغییر شکل چهار قطبی و شش قطبی هسته هستند. تخمین مدل قطره مایع برای ضریب ارتعاش [۱۱، ۱۲] بصورت رابطه (۱۳) می باشد.

$$K_{vib} = \exp(0.0555 A^{\frac{2}{3}} T^{\frac{4}{3}}) \quad (13)$$

در بسیاری از موارد، می توان از فرم چگالی تراز گاز فرمی استفاده کرد. در مورد مدل گاز فرمی، ارتباط بین دمای هسته و انرژی برانگیختگی با پارامتر چگالی تراز a به صورت رابطه (۱۴) برقرار می شود.

$$U = aT^2 \quad (14)$$

با انجام محاسبات مربوط به هر یک از ضرایب ارتعاشی و چرخشی برای هسته های هدف، اثرات تجمعی حاصل خواهد شد.

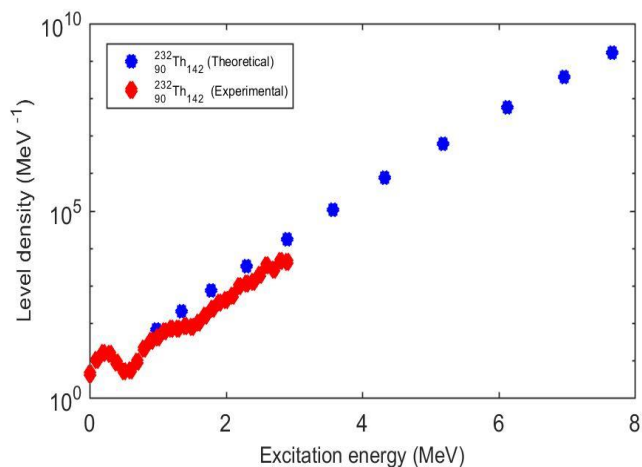


شکل (۱): چگالی تراز تئوری و چگالی تراز تجربی برحسب انرژی برانگیختگی در هسته ^{148}Sm .

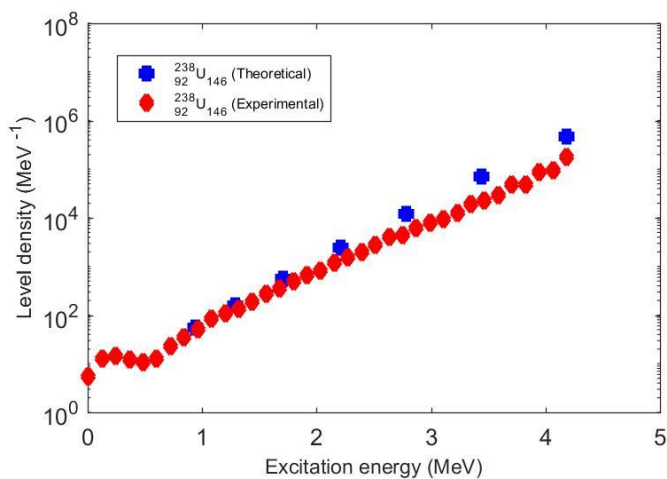
تجزیه و تحلیل

با توجه به اینکه چگالی تراز تجربی برای هر یک از هسته‌های ^{148}Sm ، ^{232}Th و ^{238}U در دسترس است و با توجه به محاسبات انجام شده برای محاسبه چگالی تراز هسته‌ای، می‌توان مقایسه بسیار خوبی برای کارایی مدل‌های تئوری انجام داد. در شکل (۱) نمودار چگالی تراز هسته‌ای تجربی و تئوری را بر حسب انرژی برانگیختگی برای هسته ^{148}Sm نشان داده شده است. همچنین نتایج محاسبه چگالی تراز به عنوان تابعی از انرژی برانگیختگی در شکل‌های (۲) و (۳) نمایش داده شده، که مقادیر تجربی متناظر آن‌ها نیز برای مقایسه رسم شده است. در شکل (۱)، چگالی تراز، تا انرژی برانگیختگی ۷ مگا الکترون ولت انطباق بسیار خوبی با چگالی تراز تجربی دارد. برای انرژی‌های برانگیختگی بالاتر که مقادیر چگالی تراز تجربی موجود نمی‌باشد با استفاده از مدل‌های تئوری که انطباق خوبی با مقادیر تجربی دارند می‌توانیم چگالی تراز را برای انرژی‌های بالاتری پیش‌بینی کنیم. در شکل (۲)، تا انرژی ۳ مگا الکترون ولت چگالی تراز تجربی و تئوری انطباق قابل توجهی دارند و در شکل (۳)، نیز این انطباق تا انرژی برانگیختگی ۴٫۵ مگا الکترون ولت دیده می‌شود. از طرفی یکی از دلایل قابل توجه

در نزدیک بودن مقادیر چگالی تراز تجربی و تئوری در نظر گرفتن اثرات تجمعی برای محاسبه چگالی تراز است.



شکل (۲): چگالی تراز تئوری و چگالی تراز تجربی برحسب انرژی برانگیختگی در هسته ^{232}Th .



شکل (۳): چگالی تراز تئوری و چگالی تراز تجربی برحسب انرژی برانگیختگی در هسته ^{238}U .

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

با استفاده از مدل میکروسکوپیکی BCS، چگالی تراز هسته‌ای را برای هسته‌های ^{148}Sm ، ^{232}Th و ^{238}U محاسبه نموده و آن را با چگالی تراز تجربی مقایسه کردیم. در مقایسه اولیه متوجه شدیم که محاسبات نظری تفاوت نسبتاً کمی با محاسبات تجربی دارند، بنابراین برای محاسبه دقیق‌تر، به سراغ اثرات تجمعی این هسته‌ها رفتیم و با افزودن محاسبات ماکروسکوپی به محاسبات میکروسکوپی، متوجه شدیم که دارای یک انطباق خوبی است. بنابراین دریافتیم که در نظر گرفتن اثرات تجمعی برای محاسبه چگالی تراز بسیار با اهمیت است. از طرفی می‌توان بیان کرد که داده‌های تجربی تا محدوده خاصی از انرژی برانگیختگی وجود دارد و محاسبات انجام شده در این کار تا انرژی‌های بیشتری انجام شده است. از طرفی برای انرژی‌های برانگیختگی بالاتر که داده‌های تجربی چگالی تراز برای آنها در دسترس نیست با توجه به انطباق چگالی تراز تجربی و تئوری در انرژی‌های برانگیختگی پایین‌تر می‌توانیم دریابیم که چگالی تراز تئوری برای انرژی‌های برانگیختگی بالاتر نیز پیش‌بینی قابل توجهی را انجام داده است. از طرف دیگر، با محاسبات دقیق‌تری از چگالی تراز می‌توانیم به پارامتر بسیار مهم سطح مقطع هسته‌ای که نقش بسیار مهمی در پراکندگی و مباحث انفجاری که در صنایع نظامی نیز کاربرد دارد اشاره نمود.

فهرست منابع

رحمتی نژاد، اعظم؛ طاهری، فریبا؛ رضوی نژاد، روح اله و کاکاوند، طیب (۱۳۹۲). « بررسی ساختار هسته ^{238}U و تابع برانگیختگی واکنش $^{239}\text{U}(\text{D,p})^{238}\text{U}$ »، بیستمین کنفرانس هسته‌ای ایران، انتشارات دانشگاه گیلان.

A.J. Koning, S. Hilaire, S. Goriely. (2008). "Global and local level density models", Nuclear Physics A Vol. 810, Sep. 15, PP. 13-76.

J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer. (1957). "theory of superconductivity", Phys. Rev Vol. 108, Dec 1, PP. 11-75.

M. Guttormsen, M. Hjorth-Jensen, E. Melby, J. Rekstad, A. Schiller, S. Siem. (2000). "Energy shifted level densities in rare earth region" Phys. Rev. C Vol. 61, May 3, PP. 67-302.

S.G. Nilsson, Dan. Mat. (1955). "Binding states of individual nucleons in strongly deformed nuclei" Fys. Medd. Vol. 29, No 16, PP.1-69.

A.N. Behkami and J. R.Huizenga. (1973). "Comparison of experimental level densities and spin cutoff factors with microscopic theory for nuclei near $A=60$ " Nucl A. Vol. 217, Dec 15, PP.78-92.

R. Razavi. (2013). "Role of neutrons and protons in entropy, spin cut off parameters, and moments of inertia" Phys. Rev. C. Vol. 88, Jul 19, PP.14-31.

AV Ignatyuk, GN Smirenkin, AS Tishin. (1975). "Phenomenological description of energy dependence of the level density parameter", Yadernaya Fizika, Vol. 21, No 18, PP. 485-490.

